Усто Бурҳонов, Ҷумъа Шарифов

# ГЕОМЕТРИЯ

Китоби дарсӣ барои синфи 8-уми муассисаҳои таҳсилоти умумӣ

Нашри сеюм

*ВАЗОРАТИ МАОРИФИ ҶУМҲУРИИ ТОҶИКИСТОН ТАВСИЯ КАРДААСТ*

ДУШАНБЕ
«БЕБОК»
2013

**ББК 22.151Я72+74.262**
**Б-30**

**Б-30** **У. Бурҳонов, Ҷ. Шарифов.** Геометрия.
Китоби дарсӣ барои синфи 8. – Душанбе: «Бебок», 2013, 112 саҳ.

***Хонандаи азиз!***

***Китоб манбаи донишу маърифат аст, аз он баҳрабар шавед ва онро эҳтиёт намоед. Кӯшиш ба харҷ диҳед, ки соли хониши оянда ҳам ин китоб бо намуди аслиаш дастраси додару хоҳарҳоятон гардад ва ба онҳо низ хизмат кунад.***

Истифодаи иҷоравии китоб:

| № | Ному насаби хонанда | Синф | Соли таҳсил | Ҳолати китоб (баҳои китобдор) | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Аввали соли хониш | Охири соли хониш |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

**ISBN 978 99947-911-7-0**

# ПЕШГУФТОР

Китобе, ки Шумо дар даст доред, аз шаш фасли асосӣ ва масъалаҳои тестӣ барои такрори мавзӯъҳои геометрӣ иборат аст.

Фаслҳои ин китоб аз маълумот дар бораи чоркунҷаҳо, бисёркунҷаҳо, масоҳати секунҷаҳо, чоркунҷаҳо, теоремаи Пифагор, масоҳати бисёркунҷа, функсияҳои тригонометрӣ ва ҳаракат иборат мебошанд.

Дар охири ҳар фасл  саволҳо барои санҷиш ҷой дода шудаанд.

Омӯзгор метавонад ба ҷойи кори хаттӣ дониши шогирдонро ба воситаи он саволҳо бо таври шифоҳӣ санҷад. Дар китоб шумораи зиёди масъалаҳое ҷой дода шудаанд, ки низоми сохтан ва ё тадқиқро дарбар мегиранд. Аз чунин масъалаҳо истифода карда, омӯзгор метавонад дар синф ё дар хона барои хонандагон кори мустақилона ташкил намояд. Ин масъалаҳо тафаккури эҷодии шогирдонро равнақ медиҳанд.

Омӯзгор аз масъалаҳои тестии охири китоб барои ин ё он фасл масъалаҳои мувофиқро ҷудо карда, вобаста ба шароити мактаб бо компютер санҷишҳо гузаронида метавонад.

Мавзӯъҳои  ҳар фасл хеле сода ва оммафаҳм навишта шудаанд, аз ин рӯ мо бовар дорем, ки бо кӯшиши омӯзгор шогирдон донишҳои геометрии возеҳ хоҳанд гирифт.

**Аз муаллифон**.

# ФАСЛИ 1

# ЧОРКУНҶАҲО

## 1. Хати шикаста

### 1. Мафҳуми хати шикаста

Дар ҳамворӣ **n**-то нуқтаи $A_1, A_2, A_3, A_4, ..., A_{n-1}, A_n$-ро тарзе мегузорем, ки ҳеҷ яке аз се нуқтаи пайдарпайи он дар як хати рост нахобад. Агар ин нуқтаҳоро ба воситаи порчаҳои $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, ..., A_{n-1}A_n$ пайваст намоем, шакли геометрие ҳосил мешавад, ки хати шикаста ном дорад. Дар ин ҳолат нуқтаҳои $A_1, A_2, A_3, A_4, ..., A_{n-1}, A_n$ қуллаҳо ва порчаҳои $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, ..., A_{n-1}A_n$ қисмҳои хати шикаста буда, нуқтаи $A_1$ ибтидо ва нуқтаи $A_n$ интиҳои хати шикаста мебошад.

**Мисол. 1** Агар **n**= 3 бошад, қуллаҳои хати шикаста нуқтаҳои $A_1, A_2, A_3$ ва ду порчаи $A_1A_2, A_2A_3$ қисмҳои он мебошанд (расми 1).


Расми 1.


Расми 2.

2. Агар **n**= 4 бошад (расми 2), нуқтаҳои $A_1, A_2, A_3, A_4$ қуллаҳо ва порчаҳои $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4$ қисмҳои хати шикаста ҳисоб мешаванд.

3. Агар **n**= 5 бошад (расми 3), нуқтаҳои $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$ қуллаҳои ин хати шикаста, порчаҳои $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_5$ бошад, қисмҳои он ҳисоб мешаванд.


Расми 3.

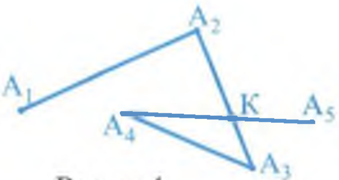
Аз ин се мисол маълум гардид, ки шумораи қисмҳо аз шумораи қуллаҳо якто кам мебошад.

Агар қуллаҳо **n**-то бошанд, қисмҳо (**n**-1)-то мешаванд.

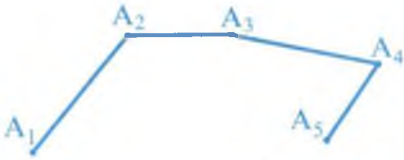
**Супориш.** Шумо хатҳои шикастаи дорои 5, 6, 7 ва 8 қулларо сохта, қисмҳояшонро номбар кунед.

### 2. Намудҳои хати шикаста.

Ба расмҳо нигаред. Ду намуди хати шикастаро мебинед.




Расми 4.




Расми 5.

Ин ду хати шикаста ҳар яке 5 қулла ва 4 қисм доранд. Фарқияташон дар он аст, ки дар хати шикастаи расми 4 қисмҳои $\mathbf{A_2A_3}$ ва $\mathbf{A_4A_5}$ ҳамдигарро дар ягон нуқтаи К мебуранд. Ин нуқта нуқтаи дохилии умумии қисмҳо мебошад. Чунин хати шикаста ғайрисода аст.

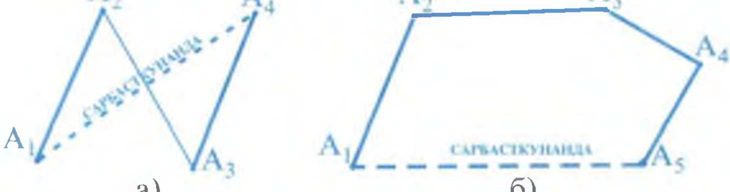
Дар хати шикастаи расми 5 қисмҳои дорои нуқтаи дохилии умумӣ мавҷуд нест. Ин хел хати шикастаро хати шикастаи сода меноманд.

***Таъриф:*** *Хати шикастае, ки қисмҳои он дорои нуқтаи дохилии умумӣ намебошанд, хати шикастаи сода номида мешавад.*

**Супориш.** Шумо хати шикастаи сода ва ғайрисодае созед, ки дорои 5 қисм бошад.

### 3. Хати шикастаи сарбаста

***Таъриф:*** *Хати шикастае, ки ибтидо ва интиҳояш бо порча пайваст шудааст, хати шикастаи сарбаста номида мешавад.* Порчае, ки нӯгҳои хати шикастаро пайваст мекунад, сарбасткунандаи хати шикаста мебошад.




а) б)

Расми 6.

Дар расми 6 (а, б) порчаҳои $A_1A_4$ ва $A_1A_5$ сарбасткунандаҳо буда, худи хатҳои шикаста сарбастаанд.

**4. Дарозии хати шикаста**

***Таъриф:*** *Суммаи дарозиҳои қисмҳои хати шикастаро дарозии хати шикаста меноманд:*

$\ell=A_1A_2+A_2A_3+A_3A_4+\ldots+A_{n-1}A_n$

**Мисол:** Агар хати шикаста дорои қисмҳои дарозиашон 4 см, 5 см, 6 см ва 2 см бошад, дарозии хати шикастаро ёбед.

**Ҳал.** $\ell$=4 см + 6 см + 5 см + 2 см = 17 см. $\ell$=17 см.

***Теорема.*** *Дарозии хати шикаста аз дарозии порчаи сарбасткунандааш калон аст:*

$A_1A_2+A_2A_3+A_3A_4+\ldots+A_{n-1}A_n>A_1A_n$

**Исбот.** Мо ин теоремаро барои хати шикастаи чорқисма исбот мекунем. Ба расми 7 нигаред. Хати шикастаи $A_1A_2A_3A_4A_5$ дорои 4 қисм ва сарбасткунандаи $A_1A_5$ мебошад.


Расми 7.

Ибтидои хати шикаста нуқтаи $A_1$ –ро бо қуллаҳои дигар пайваст карда, секунҷаҳо ҳосил мекунем. Нобаробарии секунҷаро ба хотир оварда, онро барои секунҷаҳои дар расм тасвиршуда татбиқ мекунем:

1) $\Delta A_1A_2A_3$; $A_1A_2+A_2A_3>A_1A_3$

2) $\Delta A_1A_3A_4$; $A_1A_3+A_3A_4>A_1A_4$

3) $\Delta A_1A_4A_5$; $A_1A_4+A_4A_5>A_1A_5$

Аз ин се нобаробарӣ ҳосил мекунем: $A_1A_2+A_2A_3+A_3A_4+A_1A_4+A_4A_5=(A_1A_2+A_2A_3)+A_3A_4+A_4A_5>A_1A_3+A_3A_4+A_4A_5>(A_1A_3+A_3A_4)+A_4A_5>A_1A_4+A_4A_5>A_1A_5$.

Аз ин ҷо $A_1A_2+A_2A_3+A_3A_4+A_4A_5>A_1A_5$.

***Хулоса:***

*Хатҳои шикастаи сарбаста сода ва ғайрисода мешаванд. Хати шикастаи сарбастае, ки қисмҳояш нуқтаи* *дохилии умумӣ надоранд, хати шикастаи сарбастаи сода ном дорад.* Дар расми 7 хати шикастаи сарбастаи сода тасвир ёфтааст.

**Супориш.** Теоремаро барои мавридҳои хатҳои шикастаи дорои се ва панҷ қисм исбот кунед.

## Масъалаҳо

1. Оё хати шикастаи дорои ду қулла мавҷуд ҳаст?

2. Хати шикастаи дорои а) 6 қулла, б) 10 қулла, в) 50 қулла, г) 100 қулла чанд қисм дорад?

3. Хати шикастаи содаеро тасвир намоед, ки 8 қием дошта бошад.

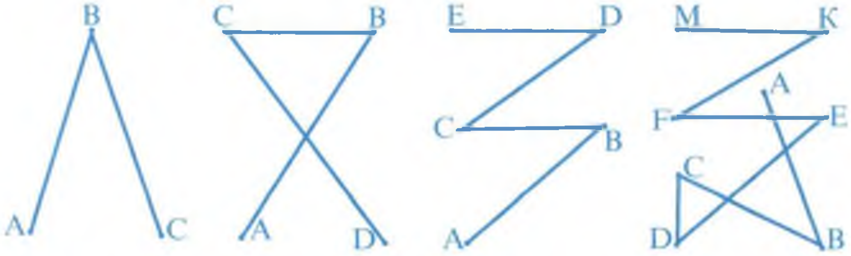
4. Дарозии хати шикастаи 5-қисма 100 см аст. Агар қисмҳо ҳамчун 2:3:4:5:6 нисбат дошта бошанд, дарозии ҳар як қисмро ёбед.

5. Дар расми 8 хати шикастае тасвир ёфтааст. Агар сарбасткунандаи онро созем, чанд секунҷа ҳосил мешавад?


Расми 8.

6. Кадоме аз хатҳои шикастаи расми 9 содаанд.

7. Хати шикастаи сарбастаеро созед, ки дорои қисмҳои 5 см, 6 см, 7см, 8 см ва порчаи сарбасткунанда бошад. Оё сарбасткунанда дарозии: а) 24 см; б) 30 см; в) 2 см; г) 10 см; д) 25,9 см; е) 26,1 см дошта метавонад?



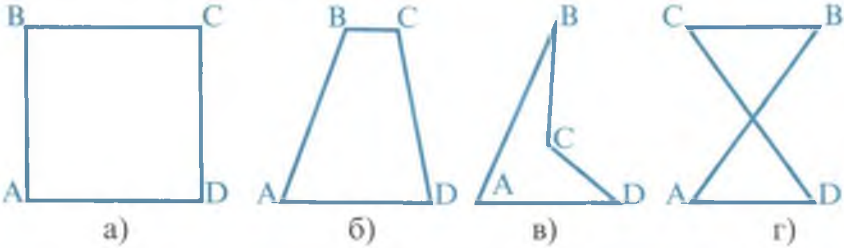

Расми 9.

8. Даврароба шаш қисми баробар тақсим кунед. Аз нуқтаҳои тақсимот: а) хати шикастаи сарбастаи сода, б) хати шикастаи сарбастаи ғайрисода созед.

## 2. Чоркунҷа

### 1. Таърифи чоркунҷа

***Таъриф.*** *Хати шикастаи сарбастаи содаи дорои чор қисмро чоркунҷа меноманд.*

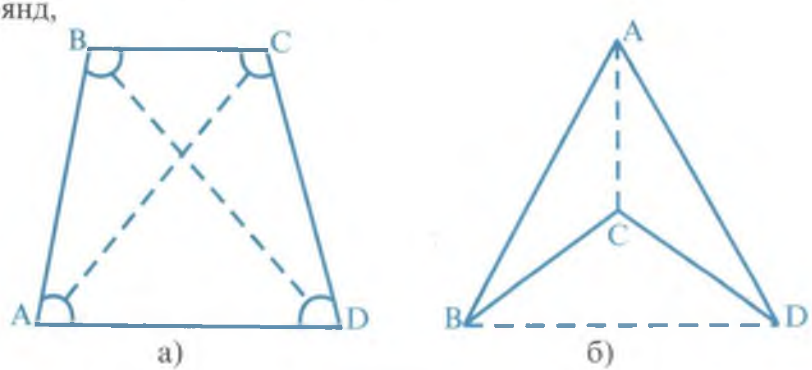



Расми10.

Дар расми 10 чор хати шикастаи сарбастаи 4-қисма тасвир ёфтаанд. Аз онҳо дар расми 10 (а, б, в) чоркунҷаҳо мебошанд, чунки ҳар кадомашон хатҳои шикастаи сарбастаи содаанд.

Хати шикастаи сарбастаи расми 10 (г) чоркунҷа намебошад, чунки он сода нест.

Дар расми 11 (а, б) нуқтаҳои **A, B, C, D** қуллаҳои чоркунҷа буда, порчаҳои **AB, BC, CD** ва **AD**-тарафҳои чоркунҷа, **∠ A, ∠ B, ∠ C, ∠ D,** -кунҷи чоркунҷа мебошанд. Тарафҳои **AB** ва **BC,** яъне тарафҳое, ки аз як қулла мебароянд,




Расми 11.

тарафҳои ҳамсоя мебошанд. Тарафҳои **AD** ва **BC,** яъне тарафҳое, ки нуқтаи умумӣ надоранд, тарафҳои муқобил ном доранд.

$\angle$ **A** ва $\angle$ **C,** $\angle$ **B** ва $\angle$ **D** кунҷи муқобил, $\angle$ **A** ва $\angle$ **B,** $\angle$ **B** ва $\angle$ **C,** $\angle$ **C** ва $\angle$ **D,** $\angle$ **A** ва $\angle$ **D** кунҷи ба як тараф часпида мебошанд.

***Таъриф.*** *Порчае, ки ду қуллаи муқобили чоркунҷаро пайваст мекунад, диагонали чоркунҷа номида мешавад.*

Дар расми 11а) порчаҳои **AC** ва **BD** (хатҳои рах-рах) диагоналҳо мебошанд. Чоркунҷа ду диагонал дорад. Дар чоркунҷа диагоналҳо метавонанд ҳамдигарро буранд ва метавонанд набуранд.

### Супоришҳо

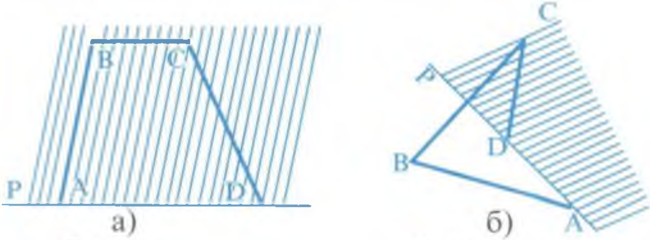
**1)** Исбот кунед, ки дар чоркунҷаи **ABCD:** а) **AB+BC+CD> AD** б) **AB+BC> AC** мебошад.

**2)** Исбот кунед, ки дар чоркунҷаи **ABCD,** ки диагоналҳояш ҳамдигарро мебуранд **AB+BC+CD+AD** > > **AC+BD** мебошанд.

***Таъриф.*** *Дар чоркунҷа суммаи дарозии тарафҳоро периметр меноманд*: **P=AB+BC+CD+ AD**

### 2.Чоркунҷаи барҷаста

Ба расми 12 (а, б) нигаред. Дар онҳо ду чоркунҷа тасвир ёфтааст. Дар расми 12 а) тарафи **AD-**ро ба хати рост табдил медиҳем. Чоркунҷа нисбат ба хати рости **AD** дар як нимҳамворӣ ҷойгир мешавад. Ин хел чоркунҷа барҷаста аст. Дар расми 12 б) чоркунҷа ба ду қисм ҷудо шуд, ки онҳо нисбат ба хати рости **AD** дар нимҳамвориҳои гуногун мехобанд. Ин чоркунҷа ғайрибарҷаста мебошад.



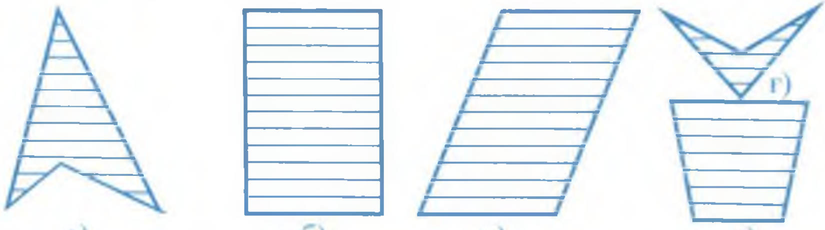

а) Барҷаста

б) Ғайрибарҷаста

Расми 12.

***Таъриф.*** *Чоркунҷае, ки нисбат ба хати рости аз тарафи дилхоҳаш гузаронидашуда дар як нимҳамворӣ мехобад, чоркунҷаи барҷаста номида мешавад.*

**Супоришҳо: 1)** Кадоме аз чоркунҷаҳои расми 13 барҷаста мебошанд?




Расми13.

**2)** Аз чор нуқтаи **A, B, C, D** чанд чоркунҷа сохтан мумкин аст, агар: а) ҳарфҳоро бо тартиби гуногун гузорем; б) ҷойи нуқтаҳоро тағйир надиҳем?

(Ҷавоб: 24-то)

### 3. Суммаи кунҷҳои чоркунҷаи барҷаста

***Теорема.*** *Суммаи кунҷҳои чоркунҷаи барҷаста ба 360° баробар аст.*

**Маълум: ABCD**-чоркунҷа.

**Матлуб:** $\angle \mathbf{A}+\angle \mathbf{B}+\angle \mathbf{C}+\angle \mathbf{D}=360°$

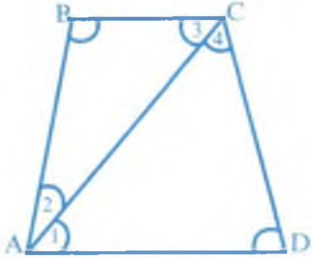
**Исбот:** Ба расми 14 нигаред.

Дар $\Delta \mathbf{ABC}$: $\angle 2+\angle \mathbf{B}+\angle 3=180°$

Дар $\Delta \mathbf{ACD}$: $\angle 1+\angle 4+\angle \mathbf{D}=180°$

$\angle \mathbf{A}+\angle \mathbf{B}+\angle \mathbf{C}+\angle \mathbf{D}=(\angle 1+\angle 2)+\angle \mathbf{B}+(\angle 3+\angle 4)+\angle \mathbf{D}=$
$=(\angle 2+\angle \mathbf{B}+\angle 3)+(\angle 1+\angle 4+\angle \mathbf{D})=180°+180°=360°$

Аз ин ҷо $\angle \mathbf{A}+\angle \mathbf{B}+\angle \mathbf{C}+\angle \mathbf{D}=360°$.




Расми 14.

**Масъала:** Дар чоркунҷа $\angle$ **A** аз $\angle$ **B**, 40° хурд буда, аз $\angle$ **D**,60° калон аст. Агар $\angle$ **C** аз кунҷи **A**,$1\frac{3}{4}$ маротиба калон бошад, кунҷҳои чоркунҷаи **ABCD**-ро ёбед.

**Маълум: ABCD-** чоркунҷа, $\angle$ A=x, , $\angle$ **B**=x+ 40°, $\angle$**C**=$1\frac{3}{4}$ x, $\angle$ **D** = x-60°.

**Матлуб:** $\angle$ **A,** $\angle$ **B,** $\angle$ **C,** $\angle$ **D.**

**Ҳал.** $\angle$ **A+** $\angle$ **B+** $\angle$ **C+** $\angle$ **D**=360°, x+(x+40°)+$1\frac{3}{4}$ x + +( x-60°)=360°, 3x-20°+ $\frac{7}{4}$ x =360°, 19x=380°·4, x=80°.

Аз ин ҷо $\angle$ **A**=80°, $\angle$ **B**=80°+40° =120°, $\angle$ **C**=$1\frac{3}{4}$ ·80°=140°, $\angle$ **D**=80°-60° =20°.

**Ҷавоб:** 80°, 120°, 140°, 20°.

***Таъриф.*** *Кунҷе, ки ба кунҷи дохилии чоркунҷа ҳамсоя аст, кунҷи берунии чоркунҷа номида мешавад.*

**Супориш.** Исбот кунед, ки суммаи кунҷҳои берунии чоркунҷа, ки дар назди ҳар қулла яктогӣ гирифта шудаанд, ба 360° баробар аст.

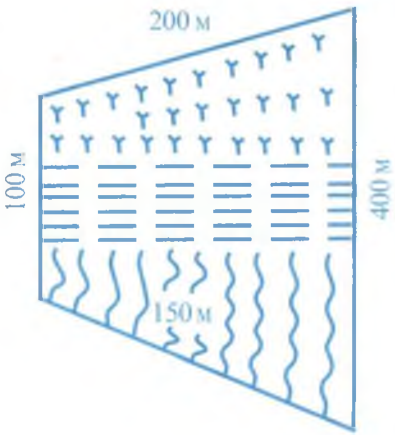
## Масъалаҳо

1. Диагонали **AC** чоркунҷаи **ABCD**-ро ба ду секунҷаҳо ҷудо мекунад. Агар периметри секунҷаи **ABC** ба 9 см , периметри секунҷаи **ACD** ба 45 см ва периметри чоркунҷа ба 40 см баробар бошад, дарозии диагонали **AC**-ро ёбед. (Ҷавоб: 7 см)

2. Чоркунҷа тарафҳои баробар дошта, периметраш ба 60 см баробар аст. Дарозии тарафи чоркунҷаро ёбед.

3. Периметри чоркунҷа ба 8 м баробар буда, тарафҳояш ба ададҳои 2, 3, 4, 7 мутаносибанд. Тарафҳои чоркунҷаро ёбед.

(Ҷавоб: 1 м; 1,5 м; 2 м; 3,5 м).




Расми 15.

4. Дар чоркунҷа $\angle$ **A**: $\angle$ **B**=2:3 буда, $\angle$ **C**+ $\angle$ **D**=150° мебошад. Кунҷҳои **A** ва **B**-и чоркунҷаи **ABCD**-ро ёбед.

(Ҷавоб: 84°, 126°).

5. Периметри қитъаи замини дар расми 15 тасвиршударо ёбед.

6. Сатҳи миз шакли чоркунҷаеро дорад, ки ҳамаи кунҷҳояш баробаранд. Ҳар як кунҷи миз чанд градус аст?

7. Кунҷи берунии чоркунҷа, ки дар назди ҳар кулла яктогӣ гирифта шудаанд, мувофиқан ба 120°, 100°, 60° ва 80° баробар мебошанд. Кунҷи дарунии чоркунҷаро ёбед.

8. Чоркунҷае кашед, ки диагоналҳояш нуқтаи дохилии умумӣ надошта бошанд.

9. Чоркунҷае кашед, ки ду кунҷи рост дошта бошад. Ин гуна чоркунҷа чанд кунҷи кунд дошта метавонад?

10. Оё чоркунҷа: а) се кунҷи кунд, б) ду кунҷи кунд, в) се кунҷи росту як кунҷи кунд, г) се кунҷи росту як кунҷи тез дошта метавонад?

## 3. ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

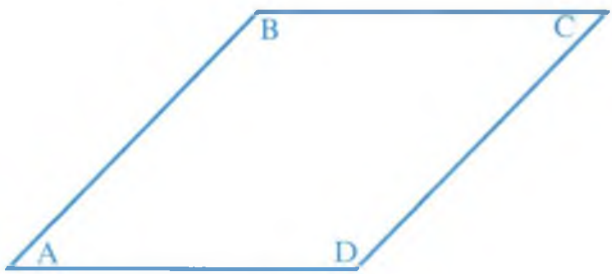
### 1. Аломатҳои параллелограмм

Ба расми 16 нигаред. Шумо чоркунҷаи **ABCD**-ро мебинед, ки дар он **AD**||**BC** ва **AB**||**DC** мебошад. Тарафҳои **AD** ва **BC**, **AB** ва **DC** тарафҳои муқобили чоркунҷа мебошанд.

***Таъриф:*** *Чоркунҷае, ки тарафҳои муқобилаш ҷуфт-ҷуфт параллеланд, параллелограмм номида мешавад.*

Чӣ гуна чоркунҷаҳо параллелограмм шуда метавонанд?

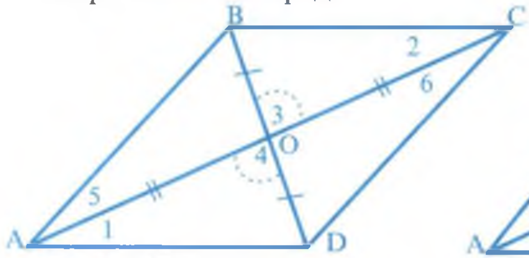
Ба ин савол ду аломати зерин ҷавоб дода метавонад.



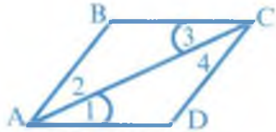

Расми 16.

**Аломати 1.** Агар диагоналҳои чоркунҷа ҳамдигарро буридa, дар нуқтаи буриш ба ду ҳиссаи баробар тақсим шаванд, ин гуна чоркунҷа параллелограмм аст.

Ба расми 17 нигаред.




Расми 17.




Расми 18.

**Маълум: ABCD** – чоркунҷа, **AC** ва **BD** ҳамдигарро дар нуқтаи **O** мебуранд.

**OA=OC** ва **OB=OD.**

**Матлуб: ABC D** – параллелограмм.

**Исбот.** 1) **OA=OC**, **OB=OD**, $\angle 3=\angle 4$, пас $\Delta$ **AOD**= =$\Delta$ **COB** мебошад, зеро аломати якуми баробарии секунҷаҳо ҷой дорад. Аз дурустии $\Delta$ **AOD**=$\Delta$ **COB** бармеояд, ки $\angle 1=\angle 2$ аст. $\angle 1$ ва $\angle 2$ кунҷи чилликиянд, аз ин рӯ **AD||BC** мебошад.

2) Айнан $\Delta$**AOB**=$\Delta$**COD** буда, $\angle 5=\angle 6$ ва **AB||DC**. Ҳамин тариқ, **AD||BC** ва **AB||DC**. Яъне **ABCD** – параллелограмм мебошад.

**Аломати 2.** Агар дар чоркунҷа ду тарафи муқобил параллел ва баробар бошад, ин гуна чоркунҷа параллелограмм аст.

Ба расми 18 нигаред.

**Маълум: ABCD** чоркунҷа, **AD||BC** ва **AD=BC**.

**Матлуб: ABCD** – параллелограмм.

**Исбот:** Аз дурустии **AD||BC** бармеояд, ки $\angle 1=\angle 3$ мебошад.

**CA=AC**, **CB=AD** ва $\angle 3=\angle 1$, он гоҳ $\Delta$**ACB**=$\Delta$**CAD** буда, $\angle 2=\angle 4$ аст. Аз дурустии $\angle 2=\angle 4$ бармеояд, ки **AB||CD** мебошад.

Ҳамин тариқ, **AB||CD** ва **AD||BC** буда, **ABCD**- параллелограмм аст.

## 2. Хосиятҳои параллелограмм

1. Параллелограмм чоркунҷаи барҷаста аст.
2. Диагоналҳои параллелограмм дар як нуқта бурида шуда, дар он нуқта ба ду ҳиссаи баробар тақсим мешаванд.
3. Тарафҳои муқобилхобидаи параллелограмм баробаранд. (расми 18). **AD=BC** ва **AB=DC**.
4. Кунҷҳои муқобилхобидаи параллелограмм баробаранд. (расми 18). $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$.
5. Суммаи кунҷҳои параллелограмм ба 360° баробар аст. (расми 18). $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$.
6. Дар параллелограмм суммаи кунҷҳои ба як тараф часпида ба 180° баробар аст. Дар расми 18 $\angle A+\angle B=\angle B+\angle C=\angle C+\angle D=\angle A+\angle D=180°$.
7. Диагонали параллелограмм онро ба ду секунҷаи баробар ҷудо мекунад. Дар расми 18 $\Delta ABC=\Delta CDA$.
8. Диагоналҳои параллелограмм дар нуқтаи буриш онро ба чор секунҷа ҷудо мекунанд. Дар расми 17 $\Delta AOD=\Delta COB$, $\Delta AOB=\Delta COD$.

Ҳар як хосияти параллелограммро ҳамчун теорема исбот кардан мумкин аст. Қисми ин хосиятҳоро мо аллакай исбот кардем. Қисми дигарашонро мустақилона исбот намоед.

Суммаи тарафҳои параллелограмм периметри он мебошад.

Ба расми 19 нигаред.

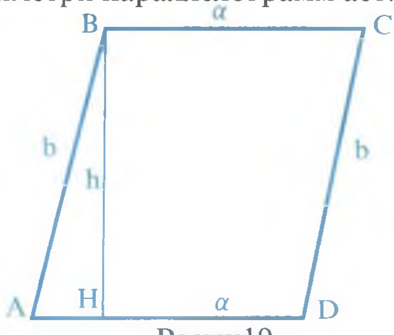
$AD=BC=a$, $AB=DC=b$

$P=AD+AB+BC+CD=a+b+a+b=2\cdot(a+b)$

$P=2(a+b)$. Ин формулаи периметри параллелограмм аст.

***Таъриф.*** *Порчае, ки аз қулла ба тарафи параллелограмм перпендикуляр фуроварда шудааст, баландии параллелограмм ном дорад.*

Дар расми 19 **BH = h** – баландӣ ва порчаи $AD=a$ асоси параллелограмм мебошад.




Расми19.

## Масъалаҳо

1. Дар параллелограмм суммаи ду кунҷ ба 120° баробар аст. Кунҷҳои параллелограммро ёбед.

Ба расми 19 нигаред.

**Маълум: ABCD**–параллелограмм, $\angle\mathbf{A}+\angle\mathbf{C}=120°$

**Матлуб:** $\angle\mathbf{A}=\angle\mathbf{C}$, $\angle\mathbf{B}=\angle\mathbf{D}$.

**Ҳал:** Аз дурустии $\angle\mathbf{A}=\angle\mathbf{C}$ бармеояд, ки $2\cdot\angle\mathbf{A}=120°$, $\angle\mathbf{A}=\angle\mathbf{C}=60°$.

Аз $\angle\mathbf{A}+\angle\mathbf{B}=180°$ бармеояд, ки $\angle\mathbf{B}=\angle\mathbf{D}=180°-\angle\mathbf{A}=180°-60°=120°$.

**Ҷавоб:** 60°, 120°, 60°, 120°.

2. Агар дар параллелограмм суммаи ду кунҷ ба: а) 140°, б) 220°, в) 300°, г) 200° баробар бошад, ҳар як кунҷашро ёбед.

3. Дар параллелограмм суммаи се кунҷ ба 260° баробар аст. Кунҷҳои параллелограммро ёбед.

4. Ду тарафи параллелограмм 5 см ва 6 см мебошанд. Периметри параллелограммро ёбед.

5. Як тарафи параллелограмм аз дигараш а) 10 см, б) ду маротиба калон буда, периметр 60 см аст. Тарафҳоро ёбед.

6. Биссектрисаи яке аз кунҷҳои параллелограмм тарафи онро ба ҳиссаҳои 10 см ва 8 см ҷудо мекунад. Периметри параллелограммро ёбед.

7. Дар параллелограмми **ABCD** периметр 45 см буда, а) $\mathbf{AB}:\mathbf{BC}=7:8$, б) $\mathbf{AB}=\frac{1}{4}\cdot\mathbf{BC}$ мебошад. Тарафҳои параллелограммро ёбед.

8. Ҳамаи тарафҳои параллелограмм ба $\boldsymbol{a}$ баробаранд. Агар периметр 80 м бошад, $\boldsymbol{a}$-ро ёбед.

9. Оё параллелограмм: а) ду кунҷи кунду ду кунҷи тез, б) се кунҷи кунду як кунҷи тез, в) як кунҷи кунду се кунҷи тез, г) чор кунҷи рост, ғ) ду кунҷи кунду ду кунҷи рост, д) се кунҷи росту як кунҷи тез дошта метавонад?

10. Тарафи хурди параллелограмм 6 см буда, биссектрисаҳои ба тарафи калон часпида дар нуқтае мебуранд, ки дар тарафи муқобил мехобад. Периметри параллелограммро ёбед.

11. Агар миёнаҷойи тарафҳои параллелограммро пайваст кунем, чоркунҷа ҳосил мешавад. Исбот кунед, ки ин чоркунҷа параллелограмм аст.

12. Параллелограммро аз рӯйи ду тараф ва кунҷи байни ин тарафҳо созед.

13. Параллелограммро аз рӯйи ду диагонал ва кунҷи байни онҳо созед.

14. Параллелограммро аз рӯйи ду тарафи ҳамсоя ва як диагонал созед.

15. Параллелограммро аз рӯйи як тараф ва ду диагонал созед.

16. Се қуллаи **A**, **B**, **C**-и параллелограммро гирифта, мавқеи қуллаи чорумро тағйир диҳед. Дар чунин ҳолат чанд параллелограмм сохтан мумкин аст.

17. Оё чоркунҷаи **ABCD** параллелограмм шуда метавонад, агар:

а) $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90°$;

б) $\angle A+\angle B=180°$; $\angle C+\angle D=180°$;

в) $\angle A+\angle C=120°$; $\angle B+\angle D=240°$;

г) **AB**=5 см, **BC**=10 см, **CD**=8 см, **AD**=20 см;

ғ) **AB**=8 см, **BC**=20 см, **CD**=8 см, **AD**=20 см;

д) **AC=AB+BC**, **AC<AD+DC** бошад?

18. Як тарафи параллелограмм 13 м буда, диагонал ба тарафи дигар перпендикуляр аст. Агар кунҷҳои тези параллелограмм 30° бошад, ҳамон диагоналро ёбед.

## 4. РОСТКУНҶА, РОМБ, КВАДРАТ

### 1. Росткунҷа

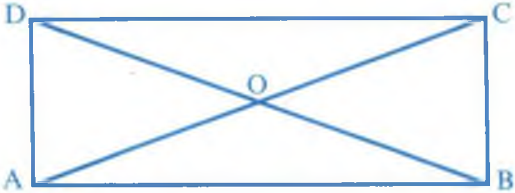
Сатҳи лавҳаи синф, фарши хона, деворҳо, сатҳи миз, вараки дафтар ва ғайра шакли параллелограммро доранд, ки ҳар кадоме чор кунҷи рост доранд. Ин гуна параллелограммҳо росткунҷаҳо мебошанд.

Дар расми 20 росткунҷаи **ABCD** тасвир ёфтааст.

**Таъриф:** *Параллелограмме, ки ҳамаи кунҷҳояш ростанд, росткунҷа номида мешавад.*

Ҳамаи хосиятҳои параллелограмм барои росткунҷа иҷро мешаванд. Ин хосиятҳоро барои росткунҷа баён месозем.

1. Росткунҷа чоркунҷаи барҷаста аст.
2. Диагоналҳои росткунҷа дар як нуқта бурида шуда, ба ду ҳиссаи баробар тақсим мешаванд.




Расми 20.

3. Суммаи кунҷҳои ба як тараф часпида ба 180° баробар аст.
4. Суммаи кунҷҳои росткунҷа ба 360° баробар аст.
5. Диагонали росткунҷа онро ба ду секунҷаи росткунҷаи баробар тақсим мекунад.
6. Ду диагонали росткунҷа онро ба чор секунҷа ҷудо мекунад.
7. Кунҷҳои муқобилхобидаи росткунҷа баробаранд.

Дар росткунҷа баъзе хосиятҳое иҷро мешаванд, ки онҳо ба дигар параллелограмҳо хос нестанд.

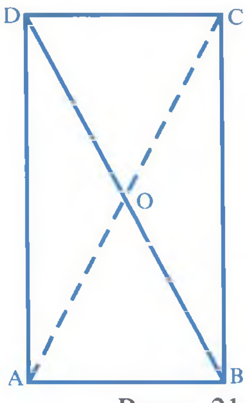
8. Ҳамаи кунҷҳои росткунҷа баробаранд.

$\angle$**A**=$\angle$**B**=$\angle$**C**=$\angle$**D**=90°.

9. Диагоналҳои росткунҷа баробаранд. Ба расми 20 нигаред.

Маълум: **ABCD** –росткунҷа.

Матлуб: **AC=BD** –диагоналҳо.




Расми 21.

**Исбот.** **AB= DC**, $\angle$**A**=$\angle$**C**=90° ва **AD =BC** пас **ΔBAD =ΔDCB**

Аз ин ҷо: **AC= DB**.

Росткунҷаро аз дигар параллелограммҳо бо ду аломати зерин фарқ мекунанд.

**Аломати 1.** Агар дар параллелограмм яке аз кунҷҳо рост бошад, ин гуна параллелограмм росткунҷа аст.

**Маълум:** $\angle$**A**=90°, **ABCD** –параллелограмм.

**Матлуб: ABCD** –росткунҷа (расми 21).

**Исбот.** $\angle$**A**=90° ва $\angle$**A**+$\angle$**B**=180°.

Он гоҳ $\angle$**B**=90° мебошад.

Аз $\angle$**A**=$\angle$**B**=$\angle$**C**=$\angle$**D**=90° мебарояд, ки **ABCD**– росткунҷа мебошад.

**Аломати 2.** Параллелограмме, ки диагоналҳояш баробаранд, росткунҷа мебошад.

**Маълум: ABCD** – параллелограмм ва **AC=BD**.

**Матлуб: ABCD** – росткунҷа.

**Исбот:** Аз **AD=BC**, **DC=AB** ва **DB=AC** мебарояд, ки $\Delta$**ADB**=$\Delta$**BCA** аст.

Азбаски $\Delta$**ADB**=$\Delta$**BCA** мебошад, пас $\angle$**A**=$\angle$**B** аст. Аз дурустии $\angle$**A**=$\angle$**C**, $\angle$**B**=$\angle$**D** ва $\angle$**A**=$\angle$**B** бармеояд, ки $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=\dfrac{360^\circ}{4}=90^\circ$ ва **ABCD** росткунҷа аст.

Дар росткунҷа ду тарафи аз як қулла бароянда, яке бар ва дигаре дарозӣ ном доранд. Дар расми 21 **AD=*a*** дарозӣ ва **AB=*b*** бари росткунҷа мебошанд.

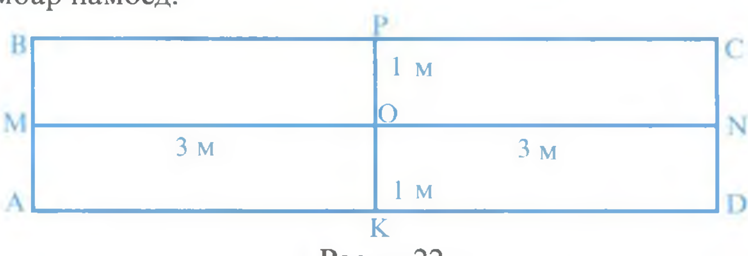
$P=2\cdot(a+b)$ формулаи периметри росткунҷа мебошад.

**Супоришҳо:** 1) Бар ва дарозии вараҷи дафтаратонро чен карда периметрашро ёбед.

2) Бар ва дарозии фарши синфро чен карда периметрашро ёбед.

3) Дарозии росткунҷа 10 м буда, периметраш 30 м аст. Бари росткунҷаро ёбед.

4) Дар расми 22 шумо чанд росткунҷа мебинед. Онҳоро номбар намоед.

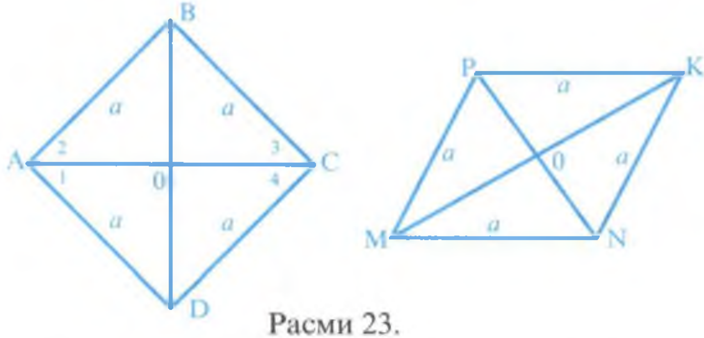



Расми 22.

5) Периметри росткунҷаҳои **MBCN**, **ABCD** ва **ABPK**-ро дар расми 22 ҳисоб кунед.

## 2. Ромб

Дар расми 23 (а, б) параллелограммҳое тасвир ёфтаанд, ки ҳамаи тарафҳояшон баробаранд.




Расми 23.

**Таъриф.** *Параллелограмме, ки ҳамаи тарафҳояш баробаранд, ромб номида мешавад.*

Аз рӯйи таъриф гуфтан мумкин аст, ки ҳамаи хосиятҳои параллелограмм барои ромб ҷой доранд.

Кадом хосиятҳо фақат барои ромб иҷро мешаванд?

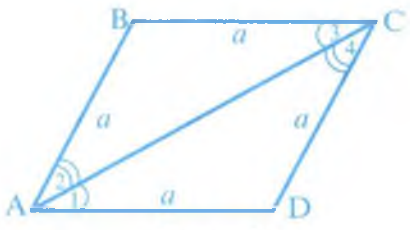
1) Диагоналҳои ромб перпендикуляранд.

**Маълум: ABCD**–ромб.

**Матлуб: AC⊥BD.**

**Исбот.** Ба расми 23 (а) нигаред. Аз **AD=AB=*a*** мебарояд, ки **ΔDAB** баробарпаҳлу аст. Аз баробарпаҳлу будани **ΔDAB** бармеояд, ки порчаи **OA** медиана ва баландӣ аст. Аз ин ҷо **AO ⊥ BD** ва **AC ⊥ BD** мебошад.

2) Диагоналҳои ромб биссектрисаҳои кунҷҳои муқобилхобида мебошанд.




Расми 24.


Расми 25.

**Маълум: ABCD**–ромб, **AC**–диагонал.

**Матлуб: AC** биссектрисаи **∠A** ва **∠C**.

**Исбот.** Ба расми 24 нигаред. **AB=BC=*a***, пас $\Delta$**ABC** – баробарпаҳлу буда, $\angle 2=\angle 3$ аст. Аз дурустии $\angle 1=\angle 3$ ҳамчун кунҷҳои чилликӣ ва аз $\angle 2=\angle 3$ бармеояд, ки $\angle 1=\angle 2$ буда, **AC** – биссектрисаи $\angle$**A** аст.

Айнан $\angle 2=\angle 4$ ва $\angle 2=\angle 3$ буда, $\angle 3=\angle 4$ ва **AC** – биссектрисаи $\angle$**C** мебошад.

3) Диагоналҳои ромб дар нуқтаи буриш ромбро ба чор секунҷаи росткунҷаи баробар ҷудо мекунанд.

Ромбро аз дигар параллелограммҳо чӣ тавр фарқ кардан мумкин аст?

**Хулоса.**

**Аломати 1.** Агар диагоналҳои параллелограмм перпендикуляр бошанд, чунин параллелограмм ромб аст.

**Аломати 2.** Агар диагоналҳои параллелограмм биссектрисаҳои кунҷи муқобил бошанд, вай ромб аст.

Периметри ромб **P=4*a*** мебошад, агар ***a*** тарафаш бошад.

**Масъалаҳо:**

1. Аломати якуми ромбро исбот кунед.
2. Аломати дуюми ромбро исбот кунед.
3. Хосияти сеюми ромбро исбот кунед.
4. Агар як кунҷи ромб $30°$ бошад, кунҷи дигарашро ёбед.
5. Дарозии диагоналҳои ромб ба 8 м ва 6 м баробаранд. Периметри ромбро ёбед.
6. Тарафи ромб ба 10 см баробар аст, периметрашро ёбед.
7. Агар периметри ромб ба 56 м баробар бошад, тарафашро ёбед.
8. Исбот кунед, ки диагонали ромб ба тарафаш перпендикуляр шуда наметавонад.

## 3. Квадрат

Дар расми 25 росткунҷае тасвир ёфтааст, ки ҳамаи тарафҳояш баробаранд.

**AB=BC=CD=AD=*a***

**Таъриф.** *Росткунҷае, ки ҳамаи тарафҳояш баробаранд, квадрат ном дорад.*

Квадрат аз ромб чӣ фарқ дорад?

Квадрат аз ромб бо он фарқ мекунад, ки ҳамаи кунҷҳояш ростанд ва диагоналҳояш баробаранд.

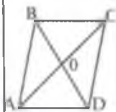
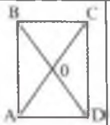
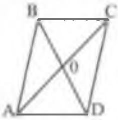
## 4. Хосиятҳои квадрат

1. Дар квадрат ҳамаи кунҷҳо ростанд: $\angle\mathbf{A}=\angle\mathbf{B}=\angle\mathbf{C} = \angle\mathbf{D}=90°$.
2. Диагоналҳои квадрат баробаранд: **AC=BD**.
3. Диагоналҳои квадрат перпендикуляранд: $\mathbf{AC}\perp\mathbf{BD}$.
4. Диагоналҳои квадрат якдигарро бурида, дар нуқтаи буриш ба ду қисми баробар тақсим мешаванд: **OA=OB=OC=OD**.
5. Диагоналҳои квадрат биссектрисаҳои кунҷи муқобиланд.
6. Диагоналҳои квадрат онро ба чор секунҷаи росткунҷаи баробарпаҳлу ҷудо мекунанд: $\Delta\mathbf{AOB} = \Delta\mathbf{BOC} = \Delta\mathbf{COD} = \Delta\mathbf{AOD}$.
7. Периметри квадрат: $\mathbf{P=4}\boldsymbol{a}$ мебошад, $\boldsymbol{a}$ – тарафи квадрат.
8. Тарафҳои муқобили квадрат баробар ва параллеланд: **AB=DC**, $\mathbf{AB}\parallel\mathbf{DC}$.
9. Диагоналҳои квадрат онро ба ду секунҷаи росткунҷаи баробарпаҳлу ҷудо мекунанд: $\Delta\mathbf{ABC}=\Delta\mathbf{ADC}$, $\Delta\mathbf{ABD}=\Delta\mathbf{BCD}$.
10. Суммаи кунҷҳои квадрат ба 360° баробар аст: $\angle\mathbf{A}+\angle\mathbf{B}+\angle\mathbf{C}+\angle\mathbf{D}=360°$.
11. Дар квадрат суммаи ду кунҷ ба 180° баробар аст: $\angle\mathbf{A}+\angle\mathbf{B}=180°$ аст: $\angle\mathbf{A}+\angle\mathbf{B}=180°$, $\angle\mathbf{B}+\angle\mathbf{C}=180°$.
12. Квадрат чоркунҷаи барҷаста аст.

Квадрат ҳам ромб, ҳам росткунҷа ва ҳам параллелограмм мебошад.

## Супоришҳо

**1)** Ҷадвалро (саҳ. 22) пур кунед. Агар хосияти дар сутун омада барои расми номбурда иҷро шавад, «ҳа», агар иҷро нашавад «не» нависед.

| Тартиб | Ном | Квадрат | Ромб | Росткунча | Параллелограмм |
|---|---|---|---|---|---|
| | Расмҳо / Хосиятҳо |   |   |   |   |
| 1. | AC=BD | | | | |
| 2. | AC⊥BD | | | | |
| 3. | AO=OC, OB=OD | | | | |
| 4. | AC бисс.∠A | | | | |
| 5. | ΔABC=ΔADC | | | | |
| 6. | AO=CO=DO=BO | | | | |
| 7. | AB‖DC, AD‖BC | | | | |
| 8. | AB=BC=CD=AD | | | | |
| 9. | AB=DC, BC=AD | | | | |
| 10. | ∠A+∠B=180° | | | | |
| 11. | ∠A=∠B=∠C = ∠D | | | | |
| 12. | ∠A=∠C, ∠B = ∠D | | | | |
| 13. | ∠A+∠B+∠C+∠D=360° | | | | |
| 14. | P=4·AB | | | | |
| 15. | P=2(AB+AD) | | | | |
| 16. | AB=AD | | | | |
| 17. | ∠A+∠C=180° | | | | |
| 18. | ∠COD=90° | | | | |

**2)** Исбот кунед, ки агар диагоналҳои росткунҷа перпендикуляр бошанд, ин росткунҷа квадрат аст.

**3)** Квадратро ба воситаи ромб таъриф диҳед.

## Масъалаҳо

1. Масофаи байни ду қуллаи ҳамсояи параллелограмм то нуқтаи буриши диагоналҳо 3 см ва 4 см мебошад. Суммаи дарозии диагоналҳои параллелограммро ёбед.

2. Нуқтаи буриши диагоналҳои росткунҷа аз тарафи хурд 4 см ва аз тарафи калон 5 см дур аст. Периметри росткунҷаро ёбед.

3. Нуқтаи буриши диагоналҳои росткунҷа аз тарафи калон назар ба масофаи он аз тарафи хурд 3 маротиба зиёд аст. Агар периметри росткунҷа 60 м бошад, тарафҳои онро ёбед.

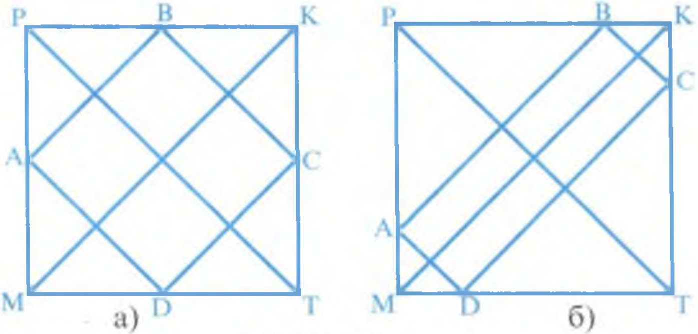
4. Дар секунҷаи росткунҷа ҳар як катет ба 6 см баробар мебошад. Дар ин секунҷа росткунҷае дарункашида шудааст, ки ба секунҷа кунҷи умумӣ дорад. Периметри росткунҷаро ёбед.

5. Кунҷҳое, ки диагоналҳои ромб ба яке аз тарафҳо ташкил мекунанд, ҳамчун 4:5 нисбат доранд. Кунҷҳои ромбро ёбед.

6. Дар ромб яке аз диагоналҳо ба тараф баробар аст. Кунҷҳои ромбро ёбед.

7. Ромбро бо дода шудани як кунҷ ва диагонали аз ин кунҷ бароянда созед.

8. Ромбро бо дода шудани як диагонал ва кунҷи ба он муқобил созед.




Расми 26.

9. Ромбро бо дода шудани як тараф ва диагоналаш созед.

10. Ромбро бо дода шудани ду диагоналаш созед.

11. Квадрат будани росткунҷаеро, ки диагоналҳояш перпендикуляранд, исбот намоед.

12. Дар секунҷаи росткунҷаи кунҷи тезаш 45° квадрате дарун кашида шудааст, ки бо он кунҷи умумӣ дорад. Агар катети секунҷа 2 м бошад, периметри квадратро ёбед.

13. Диагонали квадрат 4 м мебошад. Тарафи ин квадрат диагонали квадрати дигар аст. Тарафи квадрати дуюмро ёбед.

14. Квадратро бо маълум будани тарафаш созед.

15. Аз рӯйи маълумоти расми 26 (*a*) периметри чоркунҷаи **ABCD**-ро ёбед, агар **MPKT** квадрати тарафаш *a* бошад.

16. Аз рӯйи маълумоти расми 26 (б) периметри чоркунҷаи **ABCD**-ро ёбед, агар **MT=PM=*a***; ва **AM:MP=1:3**

17. Квадратро бо дода шудани диагоналаш созед.

18. Масофа аз нуқтаи буриши диагоналҳои квадрат то тарафаш 5 см аст. Периметри квадратро ёбед.

19. Исбот кунед, ки миёнаҷойи тарафҳои квадрат қуллаҳои параллелограмми дарункашида шудаанд.

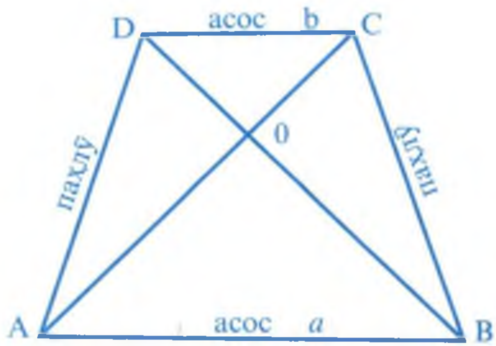
20. Исбот кунед, ки миёнаҷойи тарафҳои параллелограмм қуллаҳои параллелограмми дарункашидашуда мебошанд.

## 5. Трапетсия

### 1. Мафҳуми трапетсия

Дар расми 27 чоркунҷае тасвир ёфтааст. Дар ин чоркунҷа ду тарафи муқобил **AB** ва **DC** параллеланд, яъне **AB||DC**. Ду тарафи муқобили дигар **AD** ва **BC** параллел нестанд.

**Таъриф:** *Чоркунҷае, ки фақат ду тарафи муқобилаш параллеланд, трапетсия номида мешавад.*



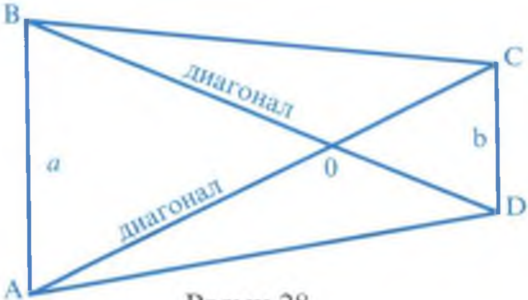

**AB || DC**

**AD ∦ BC**

Расми 27.

Дар трапетсия тарафҳои параллел (**AB** ва **DC**) – асосҳо буда, тарафҳои нопараллелаш (**AD** ва **BC**) тарафҳои паҳлуӣ ном доранд.

Трапетсия монанди дигар чоркунҷаҳо ду диагоналҳо дорад (**AC** ва **BD** дар расми 28).




Расми 28.

Дар трапетсия диагоналҳо ҳамдигарро мебуранд, вале дар нуқтаи буриш ба ду ҳиссаи баробар тақсим намешаванд. **OA≠OC** ва **OD≠OB.**

## 2. Хосиятҳои трапетсия

1. Суммаи ду кунҷи ба тарафи паҳлуӣ часпида 180° мебошад, яъне $\angle\mathbf{A}+\angle\mathbf{D}=\angle\mathbf{B}+\angle\mathbf{C}=180°$.

2. Трапетсия чоркунҷаи барҷаста аст.

3. Диагоналҳои трапетсия дар як нуқта ҳамдигарро мебуранд. Нуқтаи **O** – буриши **AC** ва **DB**.

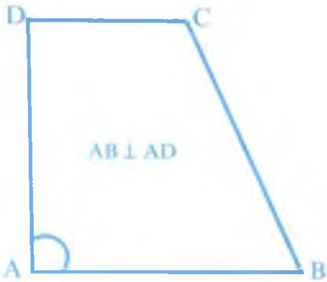
4. Суммаи кунҷҳои трапетсия 360° мебошад: $\angle\mathbf{A}+\angle\mathbf{B}+\angle\mathbf{C}+\angle\mathbf{D}=360°$.

5. Периметри трапетсия бо формулаи зерин ҳисоб карда мешавад: **P=AB+BC+CD+AD**.

6. Диагонали трапетсия онро ба ду секунҷа тақсим мекунад. Секунҷаи **ABC** ва **ACD** (расми 28)

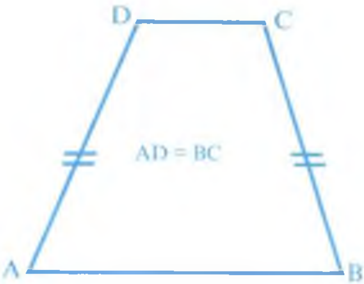
7. Диагоналҳои трапетсия дар нуқтаи буриш онро ба чор секунҷа ҷудо мекунанд. **ΔAOD, ΔCOD, ΔBOC** ва **ΔAOB**

Агар ягон тарафи паҳлуии трапетсия ба ҳар ду асос перпендикуляр бошад, ин гуна трапетсияро трапетсияи росткунҷа меноманд. Дар расми 29 трапетсияи росткунҷа тасвир ёфтааст. Агар тарафҳои паҳлуии трапетсия баробар бошанд, онро трапетсияи баробарпаҳлу меноманд (расми 30).




Трапетсияи росткунҷа

Расми 29.




Трапетсияи баробарпаҳлу

Расми 30.

**Масъалаҳо**

1. Исбот кунед, ки дар трапетсияи росткунҷа яке аз кунҷҳо тез мебошад.

2. Исбот кунед, ки дар трапетсияи баробарпаҳлу диагоналҳо баробаранд.

3. Дар трапетсия кунҷҳои ба асос часпида а) 30°, 30°; б) 120°, 120°; в) α, α мебошанд.

Исбот кунед, ки ин гуна тарпетсия баробарпаҳлу аст.

4. Дар трапетсия ду кунҷи ба асос часпида: а) 90° ва 30°; б) 90° ва 150°; в) α ва 90° мебошад. Намуди трапетсияро муайян намуда, кунҷҳояшро ёбед.

5. Дар трапетсия тарафҳо: а) 10 см, 5 см, 5 см, 5 см; б) 20 см, 6 см, 10 см, 6 см; в) 40 м, 20 м, 8 м, 6 м мебошанд. Намуди трапетсияро муайян карда, периметрашро ёбед.

6. Агар тарафҳои чоркунҷа: а) 20 м, 5 м, 20 м, 5 м; б) 20 м, 20 м, 20 м, 20 м; в) *a*, b, a, b; г) *a, a, a, a*, бошанд, намудашро аниқ карда, периметрашро ёбед.

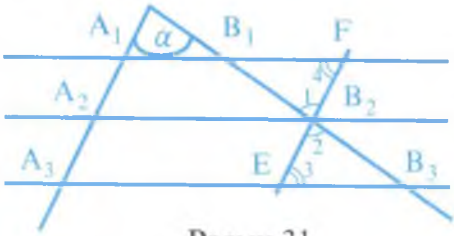
## 6. Баъзе теоремаҳои шоёни диққат

### 1. Теоремаи Фалес.

*Агар хатҳои рости параллел тарафҳои кунҷро бурида, дар яке аз онҳо порчаҳои баробарро ҷудо кунанд, он гоҳ дар тарафи дуюми кунҷ низ дар буриш порчаҳои баробар ҳосил мешаванд.*

**Маълум:** кунҷи $\alpha$ , $A_1B_1 \| A_2B_2 \| A_3B_3$, $A_1A_2 = A_2A_3$.

**Матлуб:** $B_1B_2 = B_2B_3$.




Расми 31.

**Исбот.** Дар расми 31 $EF \| A_1A_3$ гузаронида шудааст.

1. Аз $A_1B_1 \| A_3B_3$ ва вертикалӣ будани $\angle 1$ ва $\angle 2$ бармеояд, ки $\angle 3 = \angle 4$ ва $\angle 1 = \angle 2$ мебошад.

2. Аз параллелограмм будани $A_1A_2B_2F$ бармеояд, ки $B_2F = A_1A_2$ ва $B_2E = A_2A_3$.

3. Аз дурустии $\angle 4 = \angle 3$, $\angle 1 = \angle 2$ ва $B_2F = B_2E$ бармеояд, ки $\Delta B_1B_2F = \Delta B_2B_3E$ мебошад.

4. $\Delta B_1B_2F = \Delta B_2B_3E$. Пас, $B_1B_2 = B_2B_3$ аст.

**Натиҷа.** Теоремаи Фалес на танҳо барои тарафҳои кунҷ, балки барои ду хати рости дилхоҳе, ки бо хатҳои рости параллел бурида мешаванд, дуруст аст.

## 2. Тақсими порча ба қисмҳои баробар

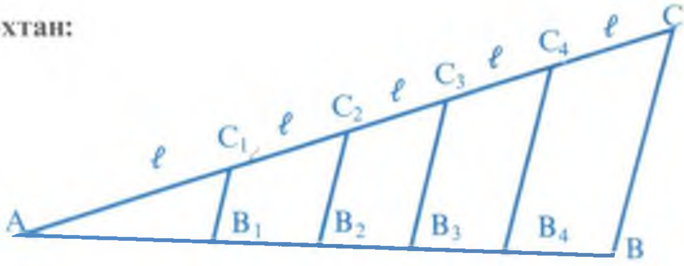
**Масъала.** Порчае дода шудааст, онро ба панҷ қисми баробар тақсим кунед.

**Низоми ҳал:**

1. Интихоби порчаи **AB** (расми 32).
2. Сохтани кунҷи $\angle CAB$-тез.
3. Интихоби порчаи воҳидии $AC_1 = \ell$.
4. Сохтани порчаҳои $AC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = C_3C_4 = C_4C = \ell$ дар тарафи **AC**.
5. Пайваст кардани нуқтаҳои **B** ва **C**.
6. Сохтани $B_4C_4 \| BC$, $B_3C_3 \| B_4C_4$, $B_2C_2 \| B_3C_3$, $B_1C_1 \| B_2C_2$.

**Матлуб:** $AB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B = \dfrac{AB}{5}$.

**Сохтан:**




Расми 32.

**Супориш.** Порчае дода шудааст. Онро а) ба 3, б) ба 4, в) ба 6, г) ба 8 қисми баробар тақсим намоед.

### 3. Хати миёнаи секунҷа

**Таъриф.** *Порчае, ки миёнаҷойи ду тарафи секунҷаро мепайвандад, хати миёнаи секунҷа ном дорад.*

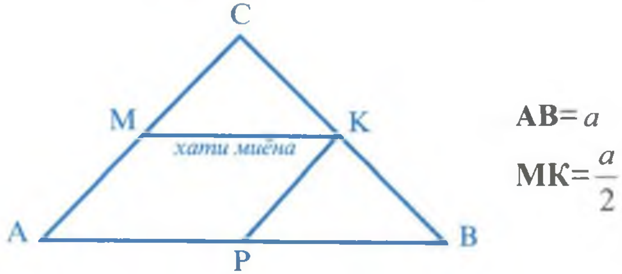
Дар расми 33 порчаи **MK** хати миёнаи **ΔABC** мебошад.

**Теорема.** *Хати миёнаи секунҷа ба тарафи сеюм параллел буда, ба нисфи он баробар аст.*

**Маълум: MK**– хати миёна **ΔABC**, **AB** – тарафи сеюм

**Матлуб:** $MK \| AB$ ва $MK=\frac{1}{2} \cdot AB$.

**Исбот. CM=MA** ва **CK=KB** буда, дар тарафҳои $\angle C$ мехобанд; мувофиқи теоремаи Фалес $MK \| AB$ аст.




Расми 33

Дар расми 33 порчаи **KP** хати миёнаест, ки ба тарафи **AC** параллел мебошад, аз ин рӯ $KP \| AM$. Аз $MK \| AP$ ва

**КР||АМ** бармеояд, ки чоркунҷаи **АМКР** параллелограм мебошад, аз ин ҷо **МК=АР**.

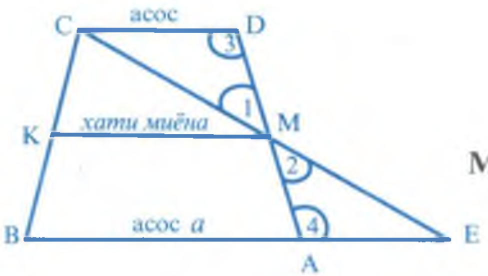
Азбаски **МК=АР** ва **АР=РВ** аст, он гоҳ **МК=** $\frac{AB}{2}$;

**Супориши 1.** Периметри **ΔАВС** ба 40 см баробар аст. Периметри секунҷаеро ёбед, ки қуллаҳояш миёнаҷойи тарафҳои секунҷа мебошад.

**Супориши 2.** Исбот кунед, ки миёнаҷойи тарафҳои чоркунҷаи ихтиёрӣ қуллаҳои параллелограмм мебошанд.

### 4. Хати миёнаи трапетсия

**Таъриф.** *Порчае, ки миёнаҷойи ду тарафи паҳлуии трапетсияро мепайвандад, хати миёнаи трапетсия номида мешавад.*




**МК=** $\frac{a+b}{2}$

Расми 34.

Дар расми 34 порчаи **МК** – хати миёнаи трапетсияи **ABCD** мебошад.

**Теорема.** *Хати миёнаи трапетсия ба асосҳо параллел буда, ба нисфи суммаи онҳо баробар аст.*

**Маълум: ABCD** – трапетсия, **МК** – хати миёна.

**Матлуб: МК||АВ, МК||DC** ва **МК=** $\frac{1}{2}\cdot$ **(АВ+CD)**.

**Исбот.** Дар расми 34 хати рости **СМ** хати рости **ВА**-ро дар нуқтаи **Е** мебурад.

1. Аз дурустии **DM=MA**, $\angle 1=\angle 2$, $\angle 3=\angle 4$ бармеояд, ки **ΔAEM=ΔDCM**.

2. Аз **MC=ME** ва **CK=KB** бармеояд, ки **МК** хати миёнаи **ΔCBE** буда, **МК||АВ** ва **МК=** $\frac{BE}{2}$ мебошад.

3. Аз дурустии **MK||EB** ва **EB=AE+AB=DC+AB** бармеояд, ки **MK||AB** ва **MK**=$\frac{EB}{2}=\frac{AB+DC}{2}$ ё **MK**=$\frac{a+b}{2}$

**Супориши 1.** Агар дар трапетсия асосҳо ба а) 5 м ва 13 м, б) 7 м ва 9 м, в) 8.5 м ва 4.5 м, г) *a* ва *b* баробар бошанд, дарозии хати миёнаро ёбед.

**Супориши 2.** Фарқи асосҳои трапетсия 8 м буда, хати миёна ба 16 м баробар аст. Асосҳои трапетсияро ёбед.

## 5. Хосияти медианаҳои секунҷа

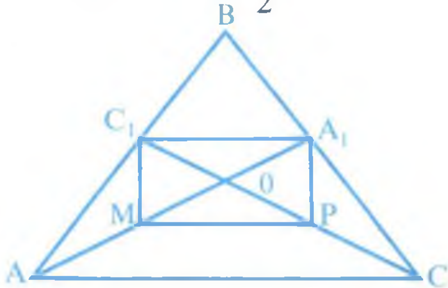
**Теорема.** *Медианаҳои секунҷа дар нуқтаи буриш дар нисбати 2:1 аз қуллаи секунҷа сар карда тақсим мешаванд.*

**Маълум:** $AA_1$ ва $BB_1$ – медианаҳо, **O** – нуқтаи буриши онҳо.

**Матлуб:** $AO:OA_1=2:1$.

$CO:OC_1=2:1$.

**Исбот.** 1. Дар расми 35 порчаи $C_1A_1$ – хати миёнаи $\Delta ABC$ буда, $C_1A_1 \| AC$ ва $C_1A_1=\frac{AC}{2}$.




Расми 35.

2. Дар $\Delta AOC$, **MP**–хати миёна буда, $MP \| AC$ ва $MP=\frac{AC}{2}$.

3. Аз $C_1A_1 \| AC$ ва $MP \| AC$, $C_1A_1=MP=\frac{AC}{2}$ мебароянд, ки $C_1A_1=MP$ буда, $A_1C_1MP$ параллелограмм аст.

4. Аз параллелограмми $A_1C_1MP$ ва диагоналҳояш $MA_1$ ва $C_1P$ бармеояд, ки $OM=OA_1$ ва $OP=OC_1$ мебошад.

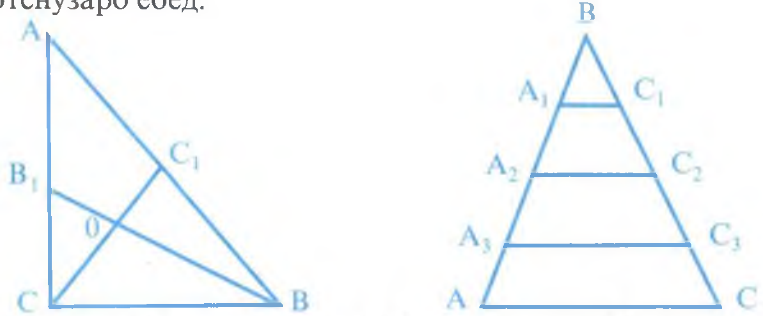
5. $OM=AM$, $OM=OA_1$ ва $OP=OC_1$, $OP=PC$. Пас, $AM=MO=OA_1$ ва $CP=PO=OC_1$.

6. $AM+MO+OA_1=AA_1$ ва $CP+PO+OC_1=CC_1$. Бинобар ин $AM=MO=OA_1=\frac{1}{3}\cdot AA_1$, $AO=\frac{2}{3}\cdot AA_1$ ва $CP=OP=OC_1=\frac{1}{3}$, $CO=\frac{2}{3}CC_1$.

7. $AO: OA_1=\frac{2}{3}\cdot AA_1: \frac{1}{3}AA_1=2:1$; $CO:OC_1=\frac{2}{3}\cdot CC_1: \frac{1}{3}\cdot CC_1=2:1$.

**Супориши 1.** Медианаи секунҷаи **ABC** ба 30 см баробар аст. Нуқтаи буриши медианаҳо онро ба ду қисм ҷудо мекунад. Дарозии қисмҳои медианаро ёбед.

**Супориши 2.** Дар расми 36 а) нуқтаи **O** буриши медианаҳо буда, $OC_1=4$ м аст. Агар $\angle C=90°$ бошад, дарозии гипотенузаро ёбед.




а) Расми 36. б)

### Масъалаҳо

1. Дар расми 36 б) $A_1C_1 \| A_2C_2 \| A_3C_3 \| AC$ буда $BC_1=C_1C_2= =C_2C_3=C_3C$ мебошад. Агар $A_1C_1=5$ см бошад, порчаи **AC**-ро ёбед.

2. Дар масъалаи гузашта, агар $A_1B=3$ см, $BC_1=4$ см бошад, периметри ҳамаи секунҷаҳои ҳосилшударо ёбед.

3. Тарафҳои секунҷа ба 8 см, 10 см, 12 см баробар аст. Секунҷае сохтанд, ки тарафҳояш хатҳои миёнаи секунҷаи аввала мебошад. Нисбати периметрҳои ҳар ду секунҷаро ёбед.

4. Хати миёнаи секунҷаи баробарпаҳлу, ки ба асос параллел аст, 3 см мебошад. Агар периметри секунҷа 16 см бошад, тарафҳои секунҷаро ёбед.

5. Миёнаҷойи тарафҳои секунҷа дода шудаанд, секунҷаро созед.

6. Исбот кунед, ки баландии секунҷаро хати миёнаи секунҷа бурида ба ду қисми баробар тақсим мекунад.

7. Дарозии диагоналҳои чоркунҷа 10 м ва 12 м мебошанд. Периметри параллелограммро ёбед, агар қуллаҳояш миёнаҷойи тарафҳои чоркунҷа бошанд.

8. Исбот кунед, ки миёнаҷойи тарафҳои росткунҷа қуллаҳои ромб мебошанд. Агар диагонали росткунҷа 8 дм бошад, периметри ромбро ёбед.

9. Дар трапетсияи баробарпаҳлу кунҷи муқобилхобида яке аз дигаре ба 40° зиёд аст. Кунҷи трапетсияро ёбед.

10. Дар трапетсияи баробарпаҳлу тарафи паҳлуӣ 3 м буда, асоси калон 7 м ва кунҷи назди асос ба 60° аст. Асоси хурди трапетсияро ёбед.

11. Асосҳои трапетсия ҳамчун 2:3 нисбат дошта, хати миёна 5 м аст. Асосҳои трапетсияро ёбед.

12. Тарафи паҳлуии трапетсияро ба 4 қисми баробар тақсим карда, аз нуқтаҳои тақсимот ба асос хатҳои рости параллел гузаронидaнд. Агар асосҳои трапетсия 6 м ва 18 м бошанд, дарозии порчаҳои хатҳои рости параллелро, ки бо тарафҳои паҳлуии трапетсия маҳдуданд, ёбед.

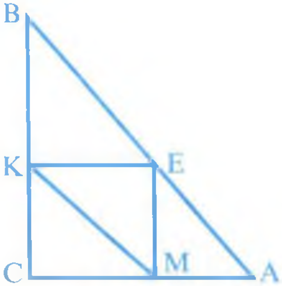
13. Порчаи **AB** дода шудааст, онро ба 10 ҳиссаи баробар тақсим кунед.

14. Дар расми 37 нуқтаҳои **M**, **E**, **K** миёнаҷойи тарафҳои секунҷаи росткунҷаанд. Агар **MC**=3 см, **CK**=4 см ва **MK**=5 см бошад, периметри секунҷаи **ABC**-ро ёбед.

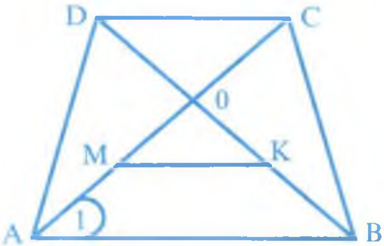
15. Дар расми 38 порчаи **MK**=20 дм хати миёнаи **ΔAOB** мебошад. Агар **DC**=20 дм бошад, хати миёнаи трапетсияи **ABCD**-ро ёбед.

16. Дар расми 38 агар **AM=MO=OC**, **BK=KO=OD** бошад, исбот кунед, ки **ΔOMK=ΔOCD** мебошад. Агар **AB**=40 см, **AC=DB**=60 см бошад, исбот кунед, ки секунҷаҳои **ODC** ва **OAB** баробартараф мебошанд.

17. Дар расми 38 агар $\angle 1=60°$, **AD=DC** бошад, исбот кунед, ки **ΔADC** баробартараф аст.



Расми 37.

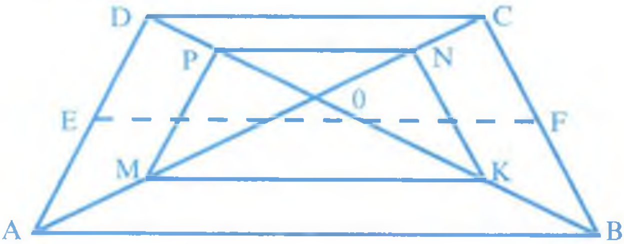


Расми 38.

18. Дар секунҷаи баробарпаҳлу тарафи паҳлуӣ 30 м ва асос 20 м аст. Агар ҳар се хати миёнаи секунҷа сохта шуда бошанд, периметри ҳар як секунҷаи ҳосилшударо ёбед.

19. Аз қуллаҳои секунҷаи тарафҳояш **а, в, с** хатҳои рости ба тарафҳои муқобил параллел гузаронидаанд. Ин хатҳои рост ҷуфт-ҷуфт якдигарро мебуранд ва нуқтаҳои буриш қуллаҳои секунҷаи дигаре мешаванд. Периметри секунҷаи ҳосилшударо ёбед.

20. Ду тарафи паҳлуӣ ва асоси хурди трапетсия баробаранд. Исбот кунед, ки диагоналҳо биссектрисаи кунҷи назди асоси калон мебошанд.



Расми 39.

21. Дар расми 39 **МК** хати миёнаи **ΔАОВ** ва **PN** хати миёнаи **ΔDOC** мебошад. Хати миёнаи трапетсияи **ABCD**-ро ёбед, агар **МК**=15 см ва **PN**=7 см бошад.

22. Ба расми 39 нигаред. **МК** хати миёнаи **ΔАОВ** ва **PN** хати миёнаи **ΔDOC** мебошад. Исбот кунед, ки **PM**||**DA** ва **NK**||**CB** мебошад.

23. Дар расми 39 нуқтаҳои **M, K, N, P** мувофиқан миёнаҷойи порчаҳои **AO**, **BO**, **CO**, **DO** мебошанд. Агар периметри трапетсияи **ABCD** 80 см бошад, периметри трапетсияи **MKNP**-ро ёбед.

## Саволҳо барои санҷиш

1. Хати шикаста чист?
2. Хати шикастаи сода чист?
3. Хати шикастаи сарбаста чист?
4. Дарозии хати шикастаро чӣ тавр меёбанд?
5. Теорема дар бораи дарозии хати шикастаро баён кунед.
6. Чоркунҷаро таъриф диҳед.
7. Таърифи диагонали чоркунҷаро баён намоед.
8. Чоркунҷаи барҷаста чист?
9. Суммаи кунҷҳои дарунии чоркунҷа ба чӣ баробар аст?
10. Хосиятҳои чоркунҷаро баён кунед.
11. Параллелограмм чист?
12. Аломатҳои параллелограмм кадомҳоянд?
13. Хосиятҳои параллелограммро шарҳ диҳед.
14. Росткунҷа чист?
15. Хосиятҳои росткунҷаро номбар кунед.
16. Ромб чист?
17. Хосиятҳои ромбро баён созед.
18. Квадрат чист?
19. Хосиятҳои квадратро номбар кунед.
20. Трапетсия чист?
21. Хосиятҳои трапетсияро баён кунед.
22. Теоремаи Фалесро баён кунед.
23. Хати миёнаи секунҷа ва хосияти онро баён кунед.
24. Хати миёнаи трапетсия ва хосияти онро баён кунед.

# ФАСЛИ II. БИСЁРКУНҶАҲО

## 1. Мафҳуми бисёркунҷа

**Таъриф.** *Хати шикастаи сарбастаи содаро бисёркунҷа меноманд.*

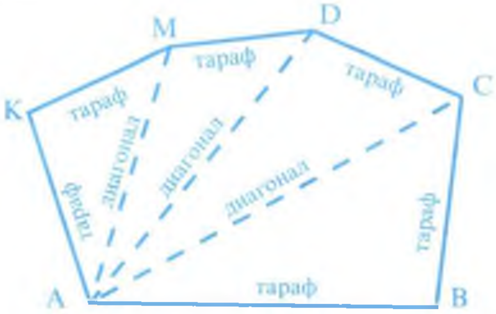
Дар расми 40 хати шикастаи сарбастаи сода тасвир ёфтааст.

Инак, хати шикастаи сарбастаи **ABCDMK** яке аз намудҳои бисёркунҷа мебошад. Дар ин бисёркунҷа нуқтаҳои **A**, **B**, **C**, **D**, **M**, **K**-қуллаҳои бисёркунҷа; $\angle$**A**, $\angle$**B**, $\angle$**C**, $\angle$**D**,

∠**M**, ∠**K** – кунҷҳои бисёркунҷа ном доранд. Порчаҳои **AB**, **BC**, **CD**, **DM**, **MK**, **AK** – тарафҳои бисёркунҷа мебошанд. Дар бисёркунҷа қуллаҳое, ки нӯгҳои як тараф ҳастанд, қуллаҳои ҳамсоя ном доранд. Масалан, қуллаҳои **A** ва **B**, **B** ва **C**, **A** ва **K**, **C** ва **D** қуллаҳои ҳамсоя мебошанд. Ду тарафе, ки аз як қулла мебароянд, тарафҳои ҳамсоя ном доранд. Тарафҳои **AB** ва **AK**, **BC** ва **BA** тарафҳои ҳамсояи бисёркунҷаанд. Шумо тарафҳои ҳамсояи дигари бисёркунҷаи расми 40-ро номбар кунед.

**Таъриф.** *Порчае, ки ду қуллаи ҳамсоя набудаи бисёркунҷаро мепайвандад, диагонали бисёркунҷа ном дорад.*

Дар расми 40 диагоналҳои аз қуллаи **A** сохташуда порчаҳои **AD**, **AM** ва **AC** мебошанд. Шумо диагоналҳои аз қуллаҳои дигар барояндаро созед ва онҳоро номбар кунед.




Расми 40.

Секунҷа, чоркунҷа, параллелограмм, ромб, квадрат ва трапетсия намудҳои хусусии бисёркунҷаҳо мебошанд. Бисёркунҷаро мувофиқи миқдори кунҷҳояш ном мебаранд. Масалан: секунҷа, чоркунҷа, панҷкунҷа, шашкунҷа, даҳкунҷа, **n**-кунҷа ва ғайра.

Миқдори қуллаҳо, тарафҳо ва кунҷҳои бисёркунҷа баробаранд. Масалан, дар расми 40 шашкунҷа тасвир ёфтааст, ки он 6 қулла, 6 кунҷ ва 6 тараф дорад.

**Супориш.** Шумо секунҷа, чоркунҷа, панҷкунҷа ва ҳаштkунҷаро сохта тарафҳо, кунҷҳо ва қуллаҳояшонро нишон диҳед. Дар кадом бисёркунҷа диагонал мавҷуд нест? Чоркунҷа, панҷкунҷа, шашкунҷа ва ҳашткунҷа чандтогӣ диагонал доранд?

### 2. Бисёркунчаи ҳамвор

Бисёркунча ҳамвориро ба ду қисм ҷудо мекунад. Дар расми 41(а) қисми дарунӣ ва дар расми 41 (б) қисми берунии панҷкунча тасвир ёфтааст.

Дар қисми дарунӣ нур ё хати рост пурра ҷойгир шуда наметавонанд, аммо дар қисми берунӣ нур ва хати рост пурра ҷойгир мешаванд. Қисми дарунӣ бо хати шикастаи сарбаста маҳдуд аст.


а)


б)

Расми 41.

**Таъриф.** *Бисёркунҷа бо қисми даруниаш бисёркунҷаи ҳамвор номида мешавад.*

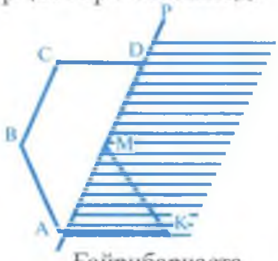
**Супориш.** Шумо секунҷа ва шашкунҷаро кашида, қисми даруниашонро бо ранги сурх ва қисми беруниашонро бо ранги кабуд нишона намоед.

Бигӯед, ки диагоналҳо дар кадом қисм меҳобанд?

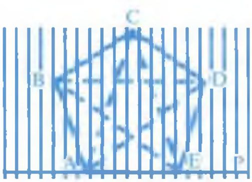
### 3. Бисёркунҷаи барҷаста

**Таъриф.** *Бисёркунҷае, ки аз хати рости тарафи дилхоҳи бисёркунҷаро дарбаргиранда дар як нимҳамворӣ воқеъ аст, бисёркунҷаи барҷаста номида мешавад.*

Дар расми 42 панҷкунҷаи барҷаста ва шашкунҷаи ғайрибарҷастаро мебинед.




Ғайрибарҷаста




Барҷаста

Расми 42.

Дар бисёркунҷаи барҷаста ҳамаи диагоналҳо дар қисми дохилӣ мехобанд. Дар бисёркунҷаи ғайрибарҷаста баъзе диагоналҳо дар қисми дохилӣ намехобанд.

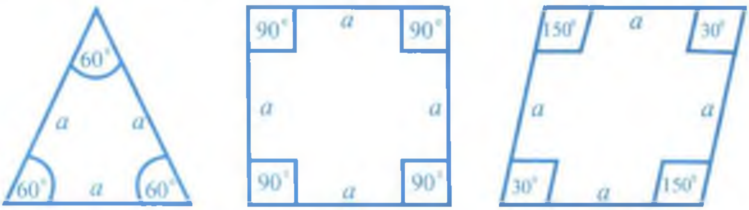
**Супориш.** а) Шумо мустақилона таърифи бисёркунҷаи ғайрибарҷастаро баён намоед, б) Кадом намуди бисёркунҷа ҳамеша барҷаста аст? в) Ҳашткунҷае кашед, ки ду диагоналаш дар қисми берунӣ хобад. Ин гуна ҳашткунҷа барҷаста аст ё ғайрибарҷаста?

### 4. Бисёркунҷаҳои мунтазам

Шумо боз бо ду намуди бисёркунҷаҳо шинос мешавед: бисёркунҷаҳои мунтазам ва ғайримунтазам.

**Таъриф.** *Бисёркунҷае, ки ҳамаи кунҷҳояш баробар ва ҳамаи тарафҳояш дарозиҳои якхела доранд, бисёркунҷаи мунтазам ном дорад.*

Секунҷаи баробартараф ва квадрат мисоли бисёркунҷаҳои мунтазам мебошанд. Баъзан онҳоро секунҷаи мунтазам ва чоркунҷаи мунтазам ҳам меноманд. Ромб чоркунҷаи мунтазам нест, зеро тарафҳояш баробар буда, кунҷҳояш баробар нестанд (расми 43).




Секунҷаи мунтазам Чоркунҷаи мунтазам Чоркунҷаи номунтазам

Расми 43.

**Супоришҳо** а) Шумо таърифи бисёркунҷаи ғайримунтазамро худатон баён созед. б) Дар **n**-кунҷа ҳамаи тарафҳо баробар буда, ду кунҷаш аз ҳамдигар фарқ доранд; **n**-кунҷа мунтазам аст ё ғайримунтазам? в) Дар n-кунҷа фарқи ду тарафҳо 4 см буда, ҳамаи кунҷҳо баробаранд, **n**-кунҷа мунтазам аст ё номунтазам?

г). Оё секунҷаи росткунҷа мунтазам шуда метавонад?

ғ). Оё трапетсия мунтазам шуда метавонад?

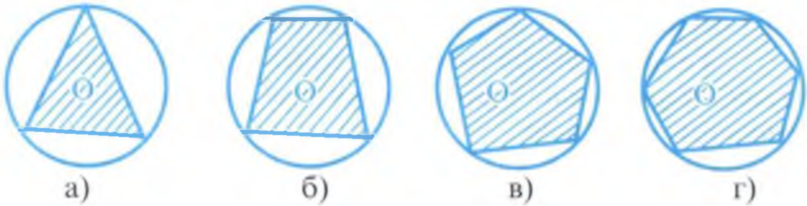
д). Оё секунҷае, ки як кунҷаш кунд аст, мунтазам шуда метавонад?

## 5. Бисёркунҷаҳон дарункашидашуда ва берункашидашуда

Шумо боз бо ду намуди бисёркунҷаҳо шинос хоҳед шуд: бисёркунҷаҳои дарункашидашуда ва берункашидашуда.

**Таъриф.** *1 Бисёркунҷае, ки ҳамаи қуллаҳояш нуқтаҳои давра мебошанд, бисёркунҷаи дарункашидашуда ном дорад.* Дар ин ҳолат давраро берункашидашуда меноманд.

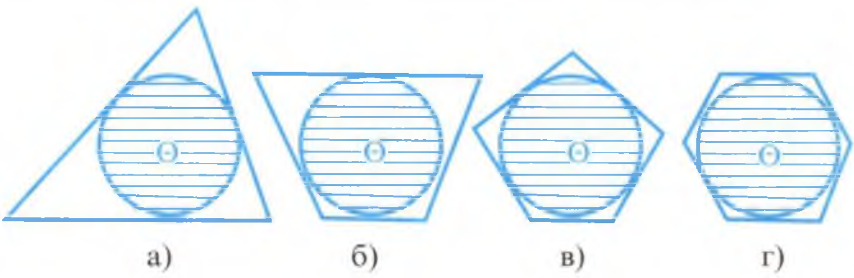
Дар расми 44 (а, б, в, г) секунҷа, чоркунҷа, панҷкунҷа ва шашкунҷаи дарункашидашуда тасвир ёфтаанд.




Расми 44.

**Таъриф.** 2 *Бисёркунҷае, ки ҳамаи тарафҳояш расандаҳои давра мебошанд, бисёркунҷаи берункашидашуда ном дорад.* Дар ин ҳолат давраро дарункашидашуда меноманд.

Дар расми 45 (а, б, в, г) секунҷа, чоркунҷа, панҷкунҷа ва шашкунҷаи берункашидашуда тасвир ёфтааст.

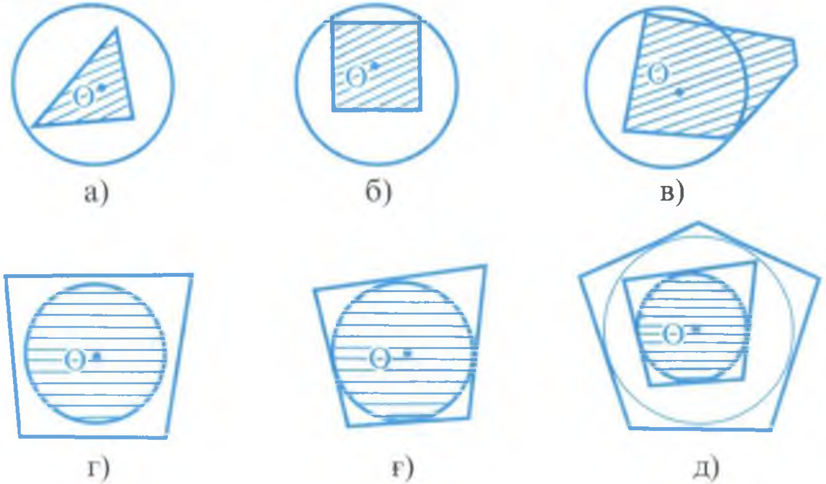



Расми 45.

### Супоришҳо

1) Шумо 7-кунҷа ва 8-кунҷаи дарункашидашуда ва берункашидашударо тасвир намоед. Дар расмҳои сохташуда доираро бо ранги сурх нишона намоед. 2) Кадоме аз

бисёркунҷаҳои расми 46 дарункашидашуда ва берункашидашуда нестанд? Сабабаро шарҳ диҳед. 3) Кадом бисёркунҷа миқдори камтарини тарафҳоро дорад? Ҳамон хел бисёркунҷаи дарункашидашуда ва берункашидашударо созед.




Расми 46.

**Натиҷа.** Инак, Шумо бо намудҳои зерини бисёркунҷаҳо шинос шудед: барҷаста, ғайрибарҷаста, хаттӣ, ҳамвор, мунтазам, номунтазам, дарункашидашуда, берункашидашуда. Шумо дар ҳаёти ҳаррӯза ин бисёркунҷаҳоро дар куҷо мебинед?

## Супоришҳо

1) Шумо таърифи периметр, кунҷи берунии секунҷа ва чоркунҷаро ба ёд оред ва худатон барои бисёркунҷа ин мафҳумҳоро таъриф диҳед. Барои шашкунҷа ва n-кунҷаи мунтазами тарафаш *a* формулаи периметрро нависед. Шаклҳои мувофиқро созед.

2) Оё бисёркунҷаҳои ғайрибарҷаста, дарункашидашуда ва берункашидашудаи давра шуда метавонанд? Чаро?

## 6. Суммаи кунҷҳои бисёркунҷа

**Теорема.** *Суммаи кунҷҳои дохилии* ***n****-кунҷа ба 180°. (****n****–2) баробар аст.*

Мо исботи ин теоремаро аввал барои 6-кунҷа меорем.

**Маълум:** $\angle$**A**, $\angle$**B**, $\angle$**C**, $\angle$**D**, $\angle$**E**, $\angle$**К** дар 6-кунҷаи **ABCDEK**.

**Матлуб:** $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle K = 180° \cdot (6-2) = 180° \cdot 4 = 720°$.

**Исбот.** Шумо дар расми 47 шашкунҷаеро мебинед, ки ҳамаи диагоналҳояш аз қуллаи **A** гузаронида шудаанд.

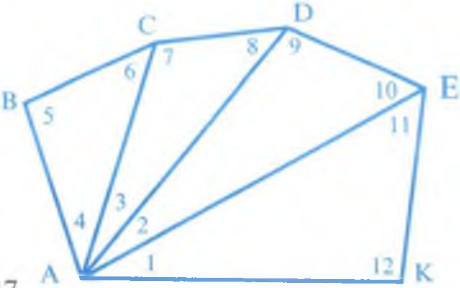
Шашкунҷа 6 тараф дорад, аз як қулла 6–3=3 диагонал баромадааст.

Шашкунҷа бо ин се диагонал ба 4 секунҷа ҷудо шудааст.

Миқдори секунҷаҳо аз миқдори тарафҳо дуто каманд.

Суммаи кунҷи ҳар як секунҷа ба 180° баробар аст.

Суммаи кунҷи чор секунҷа 180°·4=720° мешавад.




Расми 47.

Ба тарики дигар $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle K = (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4) + \angle 5 + (\angle 6 + \angle 7) + (\angle 8 + \angle 9) + (\angle 10 + \angle 11) + \angle 12 = (\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) + (\angle 3 + \angle 7 + \angle 8) + (\angle 2 + \angle 9 + \angle 10) + (\angle 1 + \angle 11 + \angle 12) = 180° + 180° + 180° + 180° = 4 \cdot 180° = 180° \cdot (6-2) = 720°$.

Инак, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle K = 720°$.

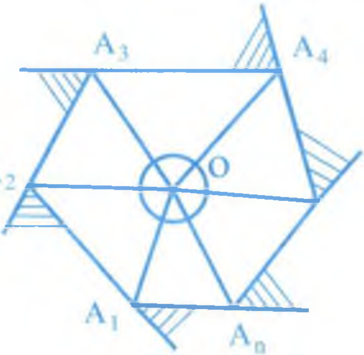
Исботи теоремаро барои ҳолати умумӣ муоина менамоем.

Дар дохили **n**-кунҷа (расми 48) нуқтаеро интихоб карда, онро ба қуллаҳо пайваст мекунем. Дар натиҷа **n**-то секунҷа ҳосил мешаванд, ки дар он суммаи кунҷҳо 180°·**n** аст. Аз ин сумма суммаи кунҷи дорои қуллаи О-ро тарҳ мекунем.

$180° \cdot n - 360° = 180° \cdot (n-2)$ формулаи матлуб аст.

**Супориши 1.** 1) Исботи теоремаро барои 5 кунҷа ва 8 кунҷа иҷро намоед. 2) Исботи теоремаро барои 4 кунҷа иҷро намоед. 3) Аз рӯйи формулаи 180°·(**n**–2) суммаи кунҷи а) 3 кунҷа, б) 4 кунҷа, в) 5 кунҷа, г) 10 кунҷа, ғ) 100 кунҷаро ҳисоб кунед.

**Супориши 2.** Дар ҳолати маълум будани суммаи кунҷҳои **n**-кунҷа як кунҷи онро чӣ тавр меёбанд?




Расми 48.

**Супориши 3.** 1). Дар дохили бисёркунҷа нуқтае интихоб намоед. Онро ба ҳамаи қуллаҳо пайваст кунед. Чанд секунҷа ҳосил шуд? Ба воситаи секунҷаҳои ҳосилшуда теорема дар бораи кунҷи бисёркунҷаро аввал барои 5 кунҷа ва 6 кунҷа, сипас барои n-кунҷа исбот намоед.

2). Оё теорема дар бораи суммаи кунҷи бисёркунҷаро ба воситаи нуқтаи дар беруни бисёркунҷа интихобшуда исбот кардан мумкин аст? Чӣ тавр?

### 7. Суммаи кунҷҳои берунии бисёркунҷа.

Шумо медонед, ки кунҷи ба кунҷи дарунии бисёркунҷа ҳамсоябударо кунҷи берунии он меноманд.

**Теорема.** *Дар бисёркунҷаи барҷаста суммаи кунҷҳои берунӣ, ки дар ҳар қулла яктогӣ гирифта шудаанд, ба 360° баробар аст.*

Ҳангоми исботи теоремаи мазкур аз натиҷаи теоремаи гузашта истифода мебарем.

Барои ин аз 180°·n суммаи кунҷҳои дохилии n-кунҷаро тарҳ мекунем. 180°·**n**–180°(**n**–2)=360°.

**Супориш** 1) Теорема дар бораи суммаи кунҷҳои берунии бисёркунҷаро барои 6-кунҷа ва 7-кунҷа исбот намоед. 2) Теоремаи номбурдаро барои 12-кунҷа исбот кунед.

## Масъалаҳо

**1. n**-кунҷа чанд диагонал дорад?

Низоми тадқиқот:

а) Секунҷа, чоркунҷа, панҷкунҷа, шашкунҷаро омӯхта муайян намоед, ки аз як қулла чанд диагонал мебарояд ва ин аз миқдори тарафҳо чандто кам аст.

б) Шумораи диагоналҳои аз як қулла барояндаро ба миқдори қуллаҳо зарб намоед.

в) Ҳар як диагонал ду қулларо пайваст менамояд, аз ин ҷиҳат адади ҳосилшударо нисф кунед.

г) Тадқиқотро хулоса карда, барои мавриди n-кунҷа формулаи миқдори диагоналҳоро нависед.

ғ) Формулаи навиштаатонро барои мавриди n=3, 4,5, 6, 7 кунҷа санҷед.

2. а) 100 кунҷа, б) 10 кунҷа, в) 20 кунҷа чандтогӣ диагонал доранд?

3. Бисёркунҷа 20 диагонал дорад. Ин бисёркунҷа чанд тараф дорад?

4. Бисёркунҷаи мунтазами тарафаш 5 см, 35 диагонал дорад. Периметри ин бисёркунҷаро ёбед.

5. Бисёркунҷа дорои 54 диагонал мебошад. Суммаи кунҷҳои бисёркунҷаро ёбед.

6. Аз як қуллаи бисёркунҷа 10 диагонал мегузарад. Суммаи кунҷҳои бисёркунҷаро ёбед.

7. Дар кадом бисёркунҷа миқдори диагоналҳо ба миқдори тарафҳо баробар аст. Агар периметри ин бисёркунҷа ба 26 см баробар буда, қисме аз тарафҳояш 2 см, 3 см, 4 см ва 7 см бошанд, тарафҳои номаълумро ёбед.

8. Оё бисёркунҷа метавонад, ки дорои суммаи кунҷи: а) 150°, б) 270°, в) 360°, г) 540°, ғ) 630°, д) 720° бошад?

9. Оё 5 кунҷа дорои кунҷи а) 30°, 40°, 60°, 170°, 180°; б) 120°, 80°, 160°, 92°, 88° шуда метавонад?

10. Тарафҳои шашкунҷа бо ададҳои 2, 3, 4, 5, 8, 6 мутаносибанд. Агар периметри шашкунҷа 560 см бошад, дарозии ҳар як тарафро ёбед.

11. Агар периметри бисёркунҷаи мунтазам 320 дм бошад, дар ҳолати а) 8-кунҷа, б) 10-кунҷа буданаш дарозии тарафро ёбед.

12.Кунҷи шашкунҷаи мунтазамро ёбед.

13. Масъалаи тадқиқотӣ. Исбот кунед, ки дар чоркунҷаи берункашидашудаи давра суммаи тарафҳои муқобил баробаранд.

**Низоми тадқиқот**

1) Муоинаи масъала барои квадрат.
2) Санҷиши масъала барои трапетсияи тарафҳояш 20 см, 14 см, 10 см, 16 см.
3) Сохтани чоркунҷаи ихтиёрии берункашидашуда.
4) Ба ёд овардани теорема дар бораи ду расандае, ки аз як нуқта гузаронида шудаанд.
5) Ёфтани порчаҳои баробар дар расм.
6) Навишти исбот.

14. Масъалаи тадқиқотӣ: исбот кунед, ки фақат дар шашкунҷаи мунтазами дарункашидашуда дарозии тараф ба радиуси давраи берункашидашуда баробар аст.

**Низоми тадқиқот**

1) Бо паргор кашидани давра.
2) Бо паргор ба шаш қисми баробар тақсим кардани давра.
3) Сохтани шашкунҷаи мунтазам.
4). Пайваст кардани маркази давра ба қуллаҳо.
5) Ёфтани кунҷи марказӣ.
6) Муайян кардани намуди секунҷаҳои ҳосилшуда.
7) Хулоса баровардан.

15. Агар тарафи шашкунҷа порчаи додашуда бошад, шашкунҷаи мунтазамро созед.

**Саволҳо барои санҷиш.**

1. Бисёркунҷа чист?
2. Намудҳои бисёркунҷаро номбар кунед.
3. Бисёркунҷаи мунтазамро таъриф диҳед?
4. Бисёркунҷаи дарункашидашударо созед.
5. Бисёркунҷаи берункашидашударо созед.
6. Суммаи кунҷи бисёркунҷа ба чӣ баробар аст?
7. Кунҷи берунии бисёркунҷаро таъриф намоед.
8. Суммаи кунҷи берунии бисёркунҷаро чӣ тавр меёбанд?
9. Периметри бисёркунҷаро чӣ тавр меёбанд?
10. Намудҳои бисёркунҷаҳои мунтазамро номбар кунед.

# ФАСЛИ III. МАСОҲАТИ СЕКУНҶАҲО ВА ЧОРКУНҶАҲО

## 1. Масоҳат. Воҳидҳои масоҳат

### 1. Мафҳуми масоҳат

Аз замонҳои қадим диққати одамонро муайян кардани бузургии қитъаҳои гуногуни замин ба худ ҷалб мекард. Аксар вақт барои чен кардани бузургии қитъаҳои алоҳидаи замин аз мафҳуми масоҳат истифода мебаранд.

Барои муайян кардани таърифи масоҳат мисоли зеринро дида мебароем. Варақи дафтари математика ба катакчаҳо тақсим шудааст. Ҳар як катакча шакли квадратчаеро дорад. Агар бари як катакчаро 1 см гӯем (дар асл 0,5 см аст), ҳисоб мекунем, ки варақи дафтар чанд катакча дорад. Миқдори катакчаҳоро ба осонӣ ҳисоб кардан мумкин аст. Як сатрро ҳисоб карда меёбем, ки чанд катакча дорад. Акнун миқдори сатрҳоро ҳисоб карда, ҳар ду ададди ҳосилшударо зарб мекунем. Натиҷаи ҳосили зарб нишон медиҳад, ки варақи дафтар чанд воҳиди квадратӣ аст. Катакчаҳои ҳисобкардашуда нуқтаҳои дохилии умумӣ надоранд. Агар масоҳати 1 катакчаро 1 см$^2$ гӯем, пас масоҳати варақ ба суммаи масоҳатҳои квадратчаҳо баробар мешавад. Айнан ҳамин тавр масоҳати қитъаҳои гуногуни заминро меёбанд. Агар тарафи квадрат 1 м бошад, масоҳаташ 1 $м^2$ фаҳмида мешавад. Дар қитъаи муайяни замин миқдори квадратҳои тарафашон 1 м-ро ҳисоб карда, чанд $м^2$ будани масоҳати заминро меёбанд. Агар қитъаи муайяни замин аз ду қисм иборат бошад, масоҳати ҳар кадомашро ёфта ҷамъ мекунанд.

Мафҳуми масоҳат се талабот дорад ва ба аксиомаҳои дарозии порча ва бузургии градусии кунҷ монанд мебошанд. Онҳоро хосиятҳои асосии масоҳат меноманд.

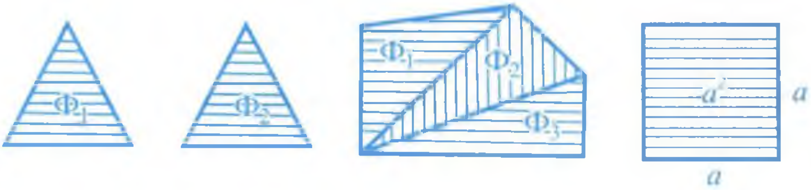
Масоҳат бузургии мусбатест, ки қимати ададиаш се хосияти зерин дорад:

1. Шаклҳои баробар масоҳатҳои баробар доранд.

2. Агар шакл ба қисмҳое ҷудо шуда бошад, ки нуқтаи дохилии умумӣ надошта бошанд, масоҳаташ ба суммаи масоҳатҳои қисмҳояш баробар аст.

3. Масоҳати квадрат ба квадрати тарафаш баробар аст.

Ин се хосиятро мухтасаран чунин менависанд (расми 49):




Расми 49.

1). Агар $\mathbf{Ф}_1=\mathbf{Ф}_2$, он гоҳ $S(\mathbf{Ф}_1)= \mathbf{S}\ (\mathbf{Ф}_2)$

2). Агар **Ф** дорои қисмҳои бе нуқтаи дохилии $\mathbf{Ф}_1$, $\mathbf{Ф}_2$, $\mathbf{Ф}_3$ бошад, он гоҳ $\mathbf{S}(\mathbf{Ф})= \mathbf{S}\ (\mathbf{Ф}_1)+ \mathbf{S}(\mathbf{Ф}_2) +\mathbf{S}\ (\mathbf{Ф}_3)$.

3). Агар тарафи квадрат ***a*** – воҳиди дарозӣ бошад, он гоҳ **S** (квадрат) = $\boldsymbol{a}^2$ (воҳиди квадратӣ) мебошад.

## 2. Воҳидҳои масоҳат:

Воҳидҳои масоҳат $мм^2$, $см^2$, $дм^2$, $м^2$, $км^2$, га, ар ва ғайра мебошанд.

$1\ м^2=(10\ дм)^2=100\ дм^2=10^2\ дм^2$,

$1\ м^2=(100\ см)^2=10000\ см^2=10^4\ см^2$,

$1\ м^2=(1000\ мм)^2=1000000\ мм^2=10^6\ мм^2$,

$1\ дм^2=(10\ см)^2=100\ см^2=10^2\ см^2$,

$1\ см^2=(10\ мм)^2=100\ мм^2=10^2\ мм^2$,

$1\ дм^2=(100\ мм)^2=10000\ мм^2$,

$1\ км^2=(1000\ м)^2=1000000\ мм^2$

$1\ га=10000\ м^2=10^4\ м^2$,

$1\ ар=100\ м^2$, $1\ га=100\ ар$.

Дар забони гуфтугӯӣ ба ҷойи **ар** калимаи русии сотиҳро истифода мебаранд. 1 сотих = 100 $м^2$.

### Масъалаҳо

1. Бо $м^2$ ифода намоед: 5 га, 6 га, 16 га 7 $м^2$, 250 га 50 $м^2$, 425 ар, 324 ар 32 $м^2$, 612 га 24 ар.

**Нишондод.** 415га 42ар=$415\cdot10000\ м^2+42\cdot100\ м^2=4154200\ м^2$.

2. Бо $см^2$ ифода намоед: 2$м^2$, 8$м^2$ 3 $см^2$, 8$м^2$ 4 $дм^2$, 36 $м^2$ 84 $см^2$, 36 $м^2$ 8 $дм^2$, 12 $см^2$.

**Нишондод.** 45$м^2$ 8$дм^2$ 13$см^2$=$45\cdot10000\ см^2+8\cdot100\ см^2+13\ см^2=450\ 813\ см^2$.

3. Бо $мм^2$ ифода намоед: 80$м^2$, 5 $см^2$, 8,3 $см^2$, 16 $дм^2$, 5 $см^2$, 3 $мм^2$, 12 $дм^2$ 6 $см^2$ 7 $мм^2$.

**Нишондод**. 3,4 $дм^2$ 12 $см^2$ 5 $мм^2$=$3{,}4\cdot10000\ мм^2+12x100\ мм^2+5\ мм^2=35205мм^2$.

4. Бо га ифода намоед: 50000 $м^2$, 500 $м^2$, 450 $м^2$, 5 $м^2$, 42 $м^2$, 312 $м^2$, 1250 $м^2$.

**Нишондод.** 62 $м^2$=$62\cdot0{,}0001$ га=0,0062 га.

5. Ба $м^2$ ифода намоед: 63 $см^2$, 54 25 $дм^2$, 96 $см^2$, 814 $см^2$, 12 $дм^2$ 36 $см^2$.

**Нишондод.** 642 $дм^2$ 45 $см^2$=$642\cdot0{,}01\ м^2+45\cdot0{,}0001\ м^2=6{,}42\ м^2+0{,}0045\ м^2=6{,}4245\ м^2$.

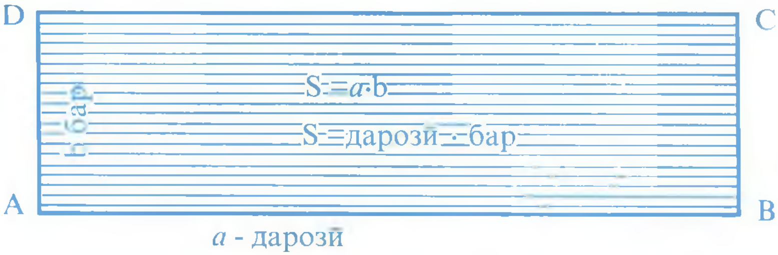
6. Бо $см^2$ ифода намоед: 214 $мм^2$, 912 $мм^2$, 8,25 $мм^2$, 12 $мм^2$, 6,235 $мм^2$.

## 2. Масоҳати росткунҷа ва секунҷа

### 1. Масоҳати росткунҷа

Ҳар як росткунҷа ду андоза дорад, ки якеро бар ва дигареро дарозӣ мегӯянд.

Дар расми 50 **AB=*a*** дарозӣ, **A D =*b*** бари росткунҷа мебошад.




Расми 50.

**Теорема.** *Масоҳати росткунҷа ба ҳосили зарби бар ва дарозиаш баробар аст:* $S=a \cdot b$.

**Маълум: ABCD** -росткунҷа, ***a***-дарозӣ, ***b***-бар.

**Матлуб:** $S= a \cdot b$.

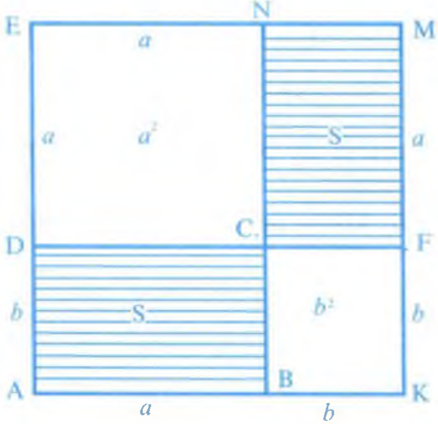
**Исбот.** Дар расми 51 **ABCD** росткунҷа мебошад. Дар давоми порчаи **AD** порчаи **DE=*a*** гузошта шудааст.
$AE= a+b$.

Дар давоми порчаи **AB** порчаи **BK=*b*** гузошта шудааст, яъне $AK= a+b$.

Дар расм чоркунҷаи **AKME** квадрати тарафаш $(a+b)$ мебошад. $S_{AKME} = (a+b)^2$.

Аз тарафи дигар, квадрати **AKME** ба чор қисм ҷудо шудааст, ки дутоаш квадратҳои масоҳатҳояшон $a^2$ ва $b^2$ буда, дутои дигараш росткунҷаҳои баробари ҳар кадом дорои масоҳати **S** мебошанд.

$S_{AKME} = 2 \cdot S+a^2+ b^2$; $(a+b)^2 =2 \cdot S+a^2+ b^2$
$a^2+b^2+2 \cdot a \cdot b =2 S+a^2+b^2$, аз ин ҷо $2S=2ab$; ва $S=a \cdot b$.



Расми 51.

**Супоришҳо.** 1). Бар ва дарозии фарши синфро чен карда, масоҳаташро ёбед.

2). Бар ва дарозии вараки дафтаратонро чен карда, масоҳаташро ёбед.

3). Бар ва дарозии мизро чен карда, масоҳаташро ёбед.

4). Бар ва дарозии тахтаи синфро чен карда, масоҳаташро ёбед.

5). Бар ва дарозии девори синфро чен карда, масоҳаташро ёбед.

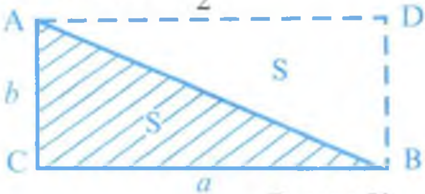
6). Ҳисоб кунед, ки барои оро додани деворҳои хонаи дарстайёркуниатон чанд м$^2$ коғази гулдор лозим мешавад?

### 2. Масоҳати секунҷаи росткунҷа

**Натиҷа.** Масоҳати секунҷаи росткунҷа ба нисфи ҳосили зарби катетҳояш баробар аст.

**Маълум:** $\Delta$**ABC**, $\angle$**C**=90°, **CB**=$\boldsymbol{a}$, **AC**=$\boldsymbol{b}$ – катетҳо.

**Матлуб:** **S**= $\frac{a \cdot b}{2}$



Расми 52.

**Исбот.** Ба расми 52 нигаред. Он ҷо секунҷаи росткунҷаи **ABC** бо катетҳои $a$ ва $b$ тасвир ёфтааст. Ин секунҷаи росткунҷа то росткунҷаи **ABCD** пурра гардидааст. **ΔABC=ΔABD**, аз ин рӯ ҳардуяш масоҳати баробари **S**-ро доранд.

Аз $S_{ABCD}=a\cdot b$ ва $S_{ABCD}=2\cdot S$ бармеояд, ки $2S=a\cdot b$ буда, $S=\frac{1}{2}a\cdot b$ аст.


Расми 53.

**Супоришҳо.** 1) Дар секунҷаи росткунҷа кунҷи тез 45° буда, яке аз катетҳо ба $a$ баробар аст. Масоҳаташро ёбед.

2) Дар секунҷаи росткунҷа катетҳо 3 см ва 4 см мебошанд. Масоҳаташро ёбед.

3) Масоҳати шакли дар расми 53 тасвиршударо аз рӯйи маълумоти расм ёбед.

## 3. Масоҳати секунҷа.

**Теорема.** *Масоҳати секунҷа ба нисфи ҳосили зарби дарозии асос ва баландӣ баробар аст.*

**Маълум:** **ΔABC**, **BC**=$a$ – асос, **AD** $=h_a$ баландӣ.

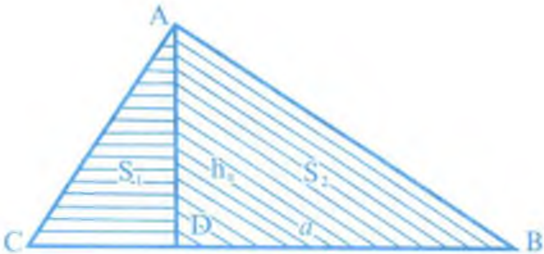
**Матлуб:** $S=\frac{1}{2}a\cdot h_a$.

**Исбот.** 1) Дар расми 54 секунҷае тасвир ёфтааст, ки баландӣ дар соҳаи дохилиаш мехобад.

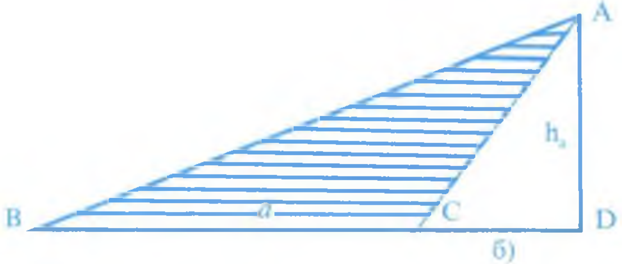
$S=S_1+S_2$

$S=\frac{1}{2}\cdot CD\cdot h_a,\ S_2=\frac{1}{2}\ DB\cdot h_a.$

Чунки **ΔADC** ва **ADB** секунҷаҳои росткунҷа мебошанд.



Расми 54.



Расми 55.

$$S=\frac{1}{2}\cdot \mathbf{CD}\cdot \mathbf{h}_a,+\frac{1}{2}\,\mathbf{DB}\cdot \mathbf{h}_a=\frac{1}{2}\,(\mathbf{CD}+\mathbf{DB})\cdot \mathbf{h}_a=\frac{1}{2}\,\mathbf{CB}\cdot \mathbf{h}_a=\frac{1}{2}\,\boldsymbol{a}\cdot \mathbf{h}_a.$$

$$S=\frac{1}{2}\,\boldsymbol{a}\cdot \mathbf{h}_a$$

2). Масоҳати секунҷаи кундкунҷаи **ABC**-ро аз рӯйи $S_{ABC} = S_{ABD} - S_{ACD}$ исбот кунед (расми 55).

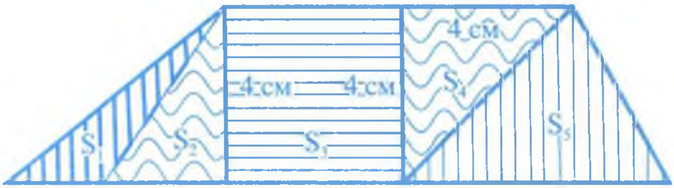
Натиҷа. Агар тарафҳои секунҷаи **ABC** порчаҳои ***a***, ***b***, **c** буда, баландиҳои ба ин тарафҳо фуровардашуда $\mathbf{h}_a, \mathbf{h}_в, \mathbf{h}_c$ – бошанд, он гоҳ

$S=\frac{1}{2}\,\boldsymbol{a}\cdot\mathbf{h}_a=\frac{1}{2}\,\boldsymbol{b}\cdot\mathbf{h}_в=\frac{1}{2}\,\mathbf{c}\cdot\mathbf{h}_c$ мебошад.

**Супоришҳо.** 1) Дар секунҷаи баробарпаҳлу асос 40 см ва баландӣ 15 см аст. Масоҳати секунҷаро ёбед.

2) Дар секунҷаи кундкунҷа асос 5 дм ва баландӣ 8 дм аст. Масоҳаташро ёбед.

3) Масоҳати шакли дар расми 56 тасвирёфтаро ёбед.



Расми 56.

**Масъалаҳо**

1. Масоҳати росткунҷаро ҳисоб кунед, агар $a$ – дарозӣ, $b$– бар буда: а) $a$=8,5 см, $b$=3,2 см; б) $a$=4,6 см, $b$=5,8 см; в) $a$=200 м, $b$=300 м бошад.

2. Бари росткунҷаро ёбед, агар масоҳат ва дарозиаш маълум бошанд:

а) $a$=32 см, S=681,8 см²; б) $a$=8 дм, S=1000 дм²;
в) $a$=100 м, S=5 га; г) S=4 ар, $a$=10 м.

3. Агар бар ва дарозии росткунҷаро 2-метрӣ дароз кунем, масоҳаташ чӣ гуна тағйир меёбад?

4. Агар S=40 дм² ва $a$=5 дм бошад, бари росткунҷаро ёбед?

5. Дарозии тарафҳои росткунҷаро ёбед, агар масоҳаташ 25 см² буда, нисбати дарозӣ ба бар 5:2 бошад.

6. Бари росткунҷа аз дарозиаш 2 м хурд аст. Агар масоҳаташ 24 м² бошад, периметри росткунҷаро ёбед.

7. Бари росткунҷа аз дарозиаш 3 маротиба хурд аст. Агар масоҳаташ 192 см² бошад, периметри росткунҷаро ёбед.

8. Аз ду росткунҷаи масоҳаташон 50 см² ва 14 см² квадрате сохтанд. Тарафи квадратро ёбед.

9. Агар дарозии катетҳои секунҷаи росткунҷа: а) 8 см ва 11 см, б) 1,2 м ва 4 дм бошад, масоҳаташро ёбед.

10. Масоҳати секунҷаи росткунҷа 96 см² буда, баландии ба гипотенуза фуровардашуда 4,8 см аст. Дарозии гипотенузаро ёбед.

11. Дар $\Delta$**ABC** $a$=12 см, $h_a$=7 см ва $h_b$=4 см мебошад, тарафи **в**-и секунҷаро ёбед.

12. Дар $\Delta$**ABC** $a$=12 см, $b$=18 см, **c**=24 см буда, $h_a$=20 см аст. Баландиҳои ба тарафҳои $b$ ва **c** фуровардашударо ёбед.

13. Исбот кунед, ки дар секунҷаи **ABC**
$a:b = h_в : h_a$ ва $b:c = h_c : h_в$ мебошад.

14. Дар секунҷаи росткунҷа **c** гипотенуза, ***a*** ва ***b*** катетҳо мебошанд. Исбот кунед, ки $\mathbf{h_c}=\dfrac{a\cdot b}{c}$ аст.

15. Исбот кунед, ки барои дилхоҳ секунҷа

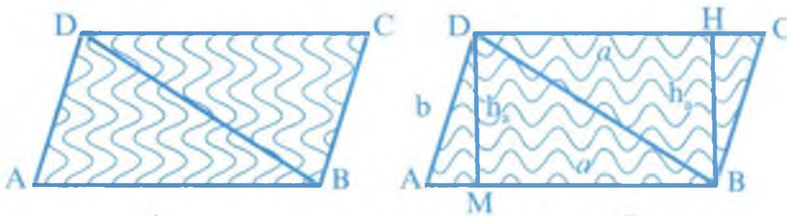
$$\mathbf{S}=\frac{P\cdot h_а\cdot h_в\cdot h_c}{2(h_а+h_в+h_c)}\quad \text{аст,}$$

агар **P**-периметр буда, $\mathbf{h_а}$, $\mathbf{h_в}$, $\mathbf{h_c}$ – баландиҳо бошанд.

## 2. Масоҳати параллелограмм, ромб ва трапетсия

### 1.Масоҳати параллелограмм

**Теорема.** *Масоҳати параллелограмм ба ҳосили зарби асос бар баландӣ баробар аст.*




а) б)

Расми 57.

**Маълум: ABCD**–параллелограмм, **AB=***a*–асос, **DM=BH=** $h_a$–баландӣ.
**Матлуб:** S =$\boldsymbol{a}\cdot\mathbf{h}_{\boldsymbol{a}}$.
**Исбот.** Дар расми 57 **DB**–диагонали параллелограмми **ABCD** мебошад, ки он параллелограммро ба ду секунҷаи баробар ҷудо кардааст:

$$\Delta\mathbf{ABD}=\Delta\mathbf{BDC},$$

$$\mathbf{S}_{ABD}=\mathbf{S}_{CDB}=\frac{1}{2}a\cdot h_a.$$

$$\mathbf{S}=\mathbf{S}_{ABD}+\mathbf{S}_{CDB}=\frac{1}{2}a\cdot h_a+\frac{1}{2}a\cdot h_a=a\cdot h_a,\ S=a\cdot h_a.$$

**Натиҷа.** Агар **AD=*b*** ва $h_b$–баландии ба ***b*** фуровардашуда бошад, он гоҳ масоҳати параллелограмм $\mathbf{S = b \cdot h_b}$ мебошад.

**Супоришҳо.** 1) Як тарафи параллелограмм ба 6 см баробар буда, баландии ба ин тараф фуровардашуда: а) 10 см, б) 15 см, в) 6,6 дм, г) 3,4 см мебошад. Масоҳати параллелограммро ёбед.

2) Баландии параллелограмм 16 см буда, масоҳаташ 64 $см^2$ аст. Асоси параллелограммро ёбед.

3) Тарафҳои параллелограмм 8 см ва 10 см буда, баландии ба яке аз тарафҳо фуровардашуда 6 см аст. Баландии ба тарафи дуюм фуровардашударо ёбед.

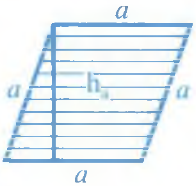
## 2. Масоҳати ромб

**Теорема.** *Масоҳати ромб ба ҳосили зарби дарозии тараф ва баландиаш баробар аст.*

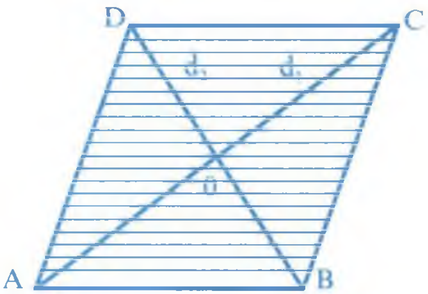
**Исбот.** Маълум аст, ки ромб яке аз намудҳои паралелограмм аст. Баландӣ ба кадом тарафе, ки фуровардашуда бошад, аҳамият надорад.

Аз ин рӯ $\mathbf{S} = \frac{1}{2}\,\boldsymbol{a}\cdot\mathbf{h_a}$. (расми 58).

**Теорема.** *Масоҳати ромб ба нисфи ҳосили зарби диагоналҳояш баробар аст.*




Расми 58.




Расми 59.

**Маълум: ABCD**–ромб, $\mathbf{AC=d_1}$, $\mathbf{DB= d_2}$–диагоналҳо.

**Матлуб:** $\mathbf{S} = \frac{1}{2}\,\mathbf{d_1 \cdot d_2}$

**Исбот:** Дар расми 59 **ABCD** ромб аст, аз ин рӯ **AC⊥DB** мебошад. Диагоналҳо дар нуқтаи буриш ба ду ҳиссаи баробар тақсим шуда, ромбро ба чор секунҷаи росткунҷа ҷудо мекунанд. Ин секунҷаҳои росткунҷа бо ҳамдигар баробаранд:

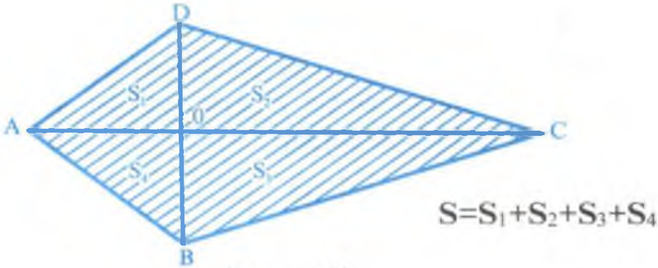
$$\Delta\mathbf{AOB}=\Delta\mathbf{BOC}=\Delta\mathbf{COD}=\mathbf{DOA}.\quad S_{AOB}=S_{BOC}=S_{COD}=S_{DOA}=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{d_1}{2}\cdot\frac{d_2}{2}=\frac{1}{8}\cdot\mathbf{d_1}\cdot\mathbf{d_2}$$

$$S_p=4\cdot S_{AOB}=4\cdot\frac{1}{8}\,\mathbf{d_1}\cdot\mathbf{d_2}=\frac{1}{2}\,\mathbf{d_1}\cdot\mathbf{d_2}.\qquad S_p=\frac{1}{2}\,\mathbf{d_1}\cdot\mathbf{d_2}.$$

**Супоришҳо.**1) Баландии ромб 7 см буда, тарафаш 16 см аст. Масоҳати ромбро ёбед.

2) Диагоналҳои ромб 8 см ва 12 см мебошанд. Масоҳати ромбро ёбед.




Расми 60.

3). Исбот кунед, ки масоҳати чоркунҷаи дилхоҳи диагоналҳояш перпендикуляр ба нисфи ҳосили зарби диагоналҳо баробар аст.

**Нишондод.** Аз расми 60 истифода баред. $\mathbf{S=S_1+S_2+S_3+S_4}$.

### 3. Масоҳати трапетсия

**Теорема.** *Масоҳати трапетсия ба ҳосили зарби нимсуммаи асосҳо бар баландиаш баробар аст.*

**Маълум: ABCD** – трапетсия, **AB=*a***, **DC=*b***–асосҳо, **DK= h**–баландӣ.

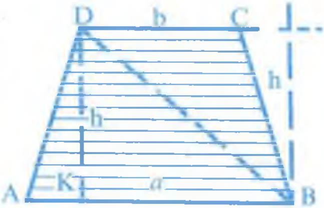
**Матлуб:** $\mathbf{S}=\frac{a+b}{2}\cdot\mathbf{h}$

**Исбот.** Дар расми 61 диагонали **DB** трапетсияро ба секунҷаҳои **ADB** ва **DBC** ҷудо мекунад.

$S_{ADB}=\frac{1}{2}\ a\cdot h, S_{DBC}\ \frac{1}{2}\ b\cdot h.$

Аз ин ҷо, $S= S_{ADB}+ S_{DBC}=\frac{1}{2}a\cdot\ h+\frac{1}{2}\ b\cdot h=\frac{a+b}{2}\cdot h;\ S=\frac{a+b}{2}\cdot h$

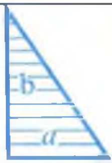
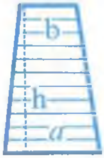
**Супоришҳо.** 1) Асосҳои трапетсия 5 см ва 15 см мебошанд. Агар баландии трапетсия 9 см бошад, масоҳати трапетсияро ёбед.




Расми 61.

2) Хати миёнаи трапетсия 18 дм буда, баландиаш 12 дм аст. Масоҳати трапетсияро ёбед.

3) Ҷойҳои холии ҷадвалро пур кунед.

| номи шакл | росткунча | секунчаи росткунча | секунча | параллелограмм | ромб | трапетсия |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Маълум ва матлуб |  |  |  |  |  |  |
| S=? | | | | | $a\cdot h$ | |
| $a$=5 см<br>b=3 см<br>h=10 см<br>S=? | | | | | | |
| b=h=20см<br>S=40см$^2$<br>$a$=? | | | | | | |
| $a$=15 дм<br>b=1дм<br>S=60дм$^2$<br>h=? | | | | | | |
| $a$=8см<br>b=4см<br>h=5см<br>S=? | | | | | | |
| $a$=12 дм<br>b=18дм<br>h=7 дм<br>S=? | | 108дм$^2$ | | | | |

## Масъалаҳо

1. Тарафҳои параллелограмм 14 см ва 16 см мебошад. Агар кунҷи тезаш 30° бошад, масоҳаташро ёбед.

2. Тарафи ромб 12 см буда, кунҷи тезаш 30° аст. Масоҳати ромбро ёбед.

3. Тарафи ромб 20 дм буда, кунҷи кундаш 150° аст. Масоҳати ромбро ёбед.

4. Катети секунҷаи росткунҷа 9 см буда, кунҷи тезаш 45° аст. Масоҳаташро ёбед.

5. Гипотенузаи секунҷаи росткунҷаро ёбед, агар баландии ба гипотенуза фуровардашуда 4 см буда, катетҳо 8 см ва 12 см бошанд.

6. Исбот кунед, ки агар дар секунҷаи росткунҷа $a$ ва $b$ катетҳо, **c** гипотенуза ва **h** баландии ба гипотенуза фуровардашуда бошанд, он гоҳ $\mathbf{h}=\frac{a\cdot b}{c}$ мебошад.

7. Тарафи паҳлуии секунҷаи баробарпаҳлу 14 см буда, баландии ба он фуровардашуда 20 см аст. Масоҳати секунҷаро ҳисоб кунед.

8. Секунҷаро тарзе ба ду қисм бурида ҷудо кунед, ки аз он қисмҳо параллелограмми баробарбузург сохтан мумкин бошад.

9. Секунҷаро тарзе ба се қисм бурида ҷудо кунед, ки аз он қисмҳо росткунҷаи баробарбузург сохтан мумкин бошад.

10. Исбот кунед, ки масоҳати секунҷа ба ҳосили зарби хати миёна бар баландӣ баробар аст.

11. Исбот кунед, ки масоҳати параллелограмм, квадрат, ромб, трапетсия ва секунҷа дорои формулаи умумии $\mathbf{S=m\cdot h}$ мебошад, агар **m**–хати миёна ва **h**–баландӣ бошад.

12. Масоҳати трапетсияро ёбед, агар ҳар ду кунҷи тезаш 45°, асоси хурдаш 18 см ва баландиаш 9 см бошад.

13. Дар трапетсияи росткунҷа асосҳо 24 см ва 18 см буда, кунҷи тез 45° аст. Масоҳати трапетсияро ёбед.

14. Масоҳати ромбро ёбед, агар диагоналҳояш
а) 3,2 см, 14 см; б) 4,6 дм ва 2 дм бошанд.

15. Масоҳати квадратро ёбед, агар диагоналаш 14 см бошад.

16. Диагоналҳои ромб ҳамчун 3:4 нисбат дошта, масоҳаташ 84 см$^2$ аст. Диагоналҳои ромбро ёбед.

17. Трапетсияи масоҳаташ S дода шудааст. а) Параллелограмми масоҳаташ **S**-ро созед; б) Секунҷаи масоҳаташ **S**-ро созед.

18. Масоҳати квадрат ба 81 дм$^2$ баробар аст. Периметри квадратро ёбед.

19. Кунҷи байни тарафи $b$ ва баландии секунҷа 30° буда, баландӣ бо тарафи дигар кунҷи 45°-ро ташкил медиҳад. Агар баландӣ 4 см ва масоҳати секунҷа 14 см$^2$ бошад, тарафи $b$ -ро ёбед.

### Супоришҳо барои санҷиш

1. Хосиятҳои масоҳатро баён кунед.
2. Масоҳати квадратро чӣ тавр меёбанд?
3. Воҳидҳои масоҳатро номбар кунед.
4. Масоҳати росткунҷаро исбот кунед.
5. Масоҳати секунҷаи росткунҷаро исбот кунед.
6. Масоҳати секунҷаро исбот кунед.
7. Масоҳати параллелограммро исбот кунед.
8. Масоҳати ромбро исбот кунед.
9. Масоҳати трапетсияро исбот кунед.

# ФАСЛИ IV. ТЕОРЕМАИ ПИФАГОР. МАСОҲАТИ БИСЁРКУНҶА.

## 1. Теоремаи Пифагор

**Теорема.** *Дар секунҷаи росткунҷа квадрати гипотенуза ба суммаи квадратҳои катетҳо баробар аст.*

**Маълум:** Дар расми 62 $\Delta ABC$-секунҷаи росткунҷа, $AB=c$-гипотенуза, $BC=a$, $AC=b$-катетҳо мебошанд.

**Матлуб:** $c^2=a^2+b^2$.

**Исбот.** Дар расми 62 квадрати $ABB_1A_1$ тарафаш сохта шудааст.

$S(ABB_1A)=c^2$

Квадрати **CDKM** ба воситаи тарафҳои $(a+b)$ тартиб дода шудааст.

**CD=CM=DK=KM=** $a+b$.

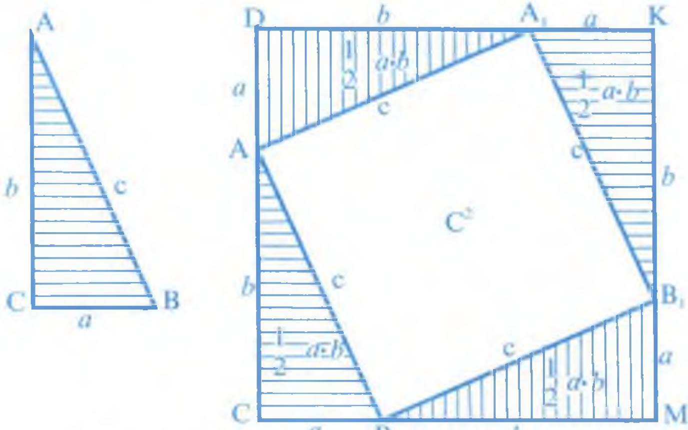
1) $S_{CDKM}=(a+b)^2$..............................................**(1)**

Аз тарафи дигар, Шумо чор секунҷаи росткунҷаи баробари **ABC**, $AA_1D$, $A_1B_1K$ ва $BB_1M$-ро мебинед. Аз ин ҷо:

$$S_{ABC}=S_{A_1AD}=S_{BB_1M}=S_{A_1B_1K}=\frac{1}{2}\,a\cdot b$$

$$S_{CDKM}=c^2+4\cdot\frac{1}{2}\,a\cdot b=c^2+2\,a\cdot b. \qquad \text{.............................(2)}$$

Аз баробариҳои якум ва дуюм ҳосил мекунем:
$c^2+2ab=a^2+b^2+2ab$, $c^2=a^2+b^2$.




Расми 62.

**Супоришҳо.** 1) Агар катетҳои секунҷаи росткунҷа дода шуда бошанд, гипотенузаро ёбед.

а) $a$=3 см ва $b$=4 см; б) $a$=5 м ва $b$=12 м; в) $a$=6 дм ва $b$=8 дм; г) $a$=10 см ва $b$=24 см; ғ) $a$=20 см ва $b$=15 см.

2) Агар **c** гипотенуза, $a$ ва $b$ катетҳои секунҷаи росткунҷа бошанд, катети номаълумро ёбед.

а) **c**=5, $a$=4; б) **c**=13, $b$=5; в) **c**=10, $a$=8; г) **c**=2,6, $b$=2,4; ғ) **c**=0,25, $b$=0,2; д) **c**=$\sqrt{5}$ см, $b$=1 см.

3) Дар секунҷаи росткунҷа **c** гипотенуза $a$ ва $b$ катетҳо буда, **S** масоҳат мебошад. Бо дода шудани гипотенуза ва яке аз катетҳо масоҳати секунҷаро ёбед.

а) $a$=4 см, **c**=5 см; б) $b$=0,3 дм, **c**=0,5 дм;
в) $a$=0,8 дм, **c**=1 дм; г) **c**=0,025 м, $a$=0,02 м.

## 2. Масоҳатҳои бисёркунҷаҳо

### 1. Масоҳати секунҷаи мунтазам.

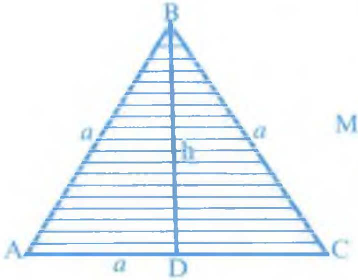
**Масъала.** Тарафи секунҷаи мунтазам ба $a$ баробар аст. Масоҳаташро ёбед.

**Маълум:** Дар расми 63 **ABC** секунҷа: $AB=BC=AC=a$.

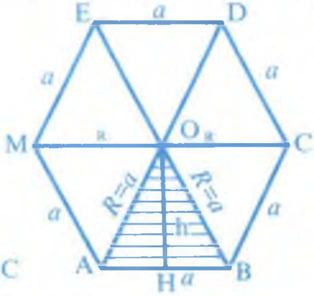
**Матлуб:** $S=?$

**Ҳал.** Дар расми 63 **BD=h** баландии секунҷаи мунтазам буда, он медиана ҳам шуда метавонад.

Аз медиана будани **BD** бармеояд, ки $AD=DC=\frac{1}{2}\cdot a$.




Расми 63.




Расми 64.

Секунҷаи **ADB** секунҷаи росткунҷа аст, аз ин ҷо

$DB^2=AB^2-AD^2,\quad DB^2=a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{3a^2}{4},\qquad DB=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

$S=\frac{1}{2}AC\cdot DB=\frac{1}{2}a\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot a^2$ Ҷавоб: $S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$.

### 2. Масоҳати шашкунҷаи мунтазам.

**Масъала.** Тарафи шашкунҷаи мунтазам ба $a$ баробар мебошад. Масоҳати шашкунҷаи мунтазамро ёбед (расми 64).

**Маълум:** **ABCDEM**–шашкунҷаи мунтазам.

$AB=BC=CD=DE=EM=AM=a$.

**Матлуб:** $S=?$

**Ҳал.** Маркази давраи берункашидашударо ба ҳамаи қуллаҳо пайваст мекунем.

Шашкунҷаи мунтазам ба 6 секунҷаи мунтазами тарафи ҳар кадомаш дорои тарафҳои $a$ ҷудо мешавад, чунки $OA=R=a$.

Аз ин ҷо $S=6\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{3}{2}\sqrt{3}\,a^2$.

Ҷавоб: $S=\frac{3}{2}\sqrt{3}\,a^2$.

### 3. Масоҳати n-кунҷаи мунтазам

**Таъриф.** *Порчае, ки маркази **n** кунҷаи мунтазамро ба миёнаҷойи тарафаш пайваст мекунад, апофемаи **n** кунҷаи мунтазам ном дорад.*

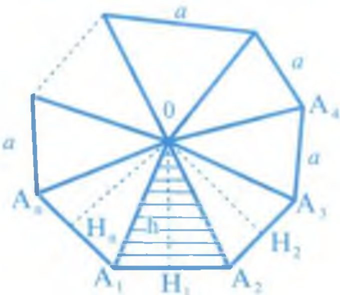
Дар расми 64 порчаи $OH=h$ апофемаи шашкунҷаи мунтазам мебошад.

**Теорема.** *Масоҳати **n** кунҷаи мунтазам ба ҳосили зарби нимпериметр бар апофема баробар аст.*

**Маълум:** Дар расми 65 $A_1A_2A_3....A_n$ – **n** кунҷаи мунтазам, $a$ тараф ва $h$ апофема.

**Матлуб:** $S_n=\frac{1}{2}\cdot P_n\cdot h$.

**Исбот.** Агар мо маркази **n**-кунҷаро ба қуллаҳо пайваст кунем, **n**-то секунҷаи баробарпаҳлуи бо ҳамдигар баробари асосашон $a$-ро ҳосил мекунем.



Расми 65.

**Масалан:** $\Delta A_1OA_2=\Delta A_2OA_3=\ldots=\Delta A_n\,OA_1$.

Баландиҳои ҳамаи секунҷаҳо ҳамчун апофемаҳои **n**-кунҷа буда, бо ҳамдигар баробаранд. Масоҳати як секунҷаро ҳисоб карда, ба **n** зарб мекунем. $OH_1=OH_2=\ldots=OH_n=h$.

$S_n=n\cdot S_{A1OA2}=n\cdot\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}P_n\cdot h$, $P_n=na$-периметри **n**-кунҷа аст. Инак, $S_n=\frac{1}{2}na\cdot h=\frac{1}{2}P_n\cdot h$.

Қайд: Азбаски дар n-кунҷаи мунтазам апофема **h= r**$_n$ радиуси давраи дарун кашидашуда мебошад, формулаи масоҳати n-кунҷаи мунтазамро чунин навиштан айни муддаост. $S_n=\frac{1}{2}\,n a\cdot r_n$ ё $S_n=\frac{1}{2}\cdot P_n\cdot r_n$.

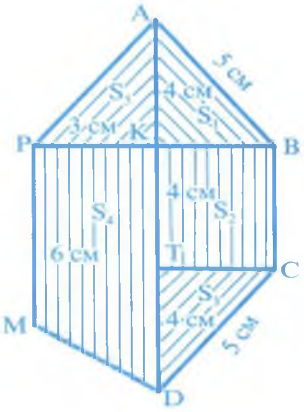
**Супоришҳо.** 1) Агар дар n-кунҷаи мунтазам **R** ва **r**-радиусҳои давраҳои берункашидашуда ва дарункашидашуда, $a_n$ тарафаш бошад, исбот кунед, ки

$a_n=2\cdot\sqrt{R^2-r^2}$ аст.

2) Барои секунҷа, чоркунҷа ва шашкунҷаи мунтазам, ки тарафаҳояшон маълум аст, радиусҳои давраҳои дарункашидашуда ва берункашидашударо ёбед.

### 4. Масоҳати бисёркунҷаҳои ғайримунтазам

Барои ҳисоб кардани масоҳатҳои бисёркунҷаҳои ғайримунтазам формулаи ягона мавҷуд нест. Аксар вақт ба воситаи гузаронидани диагоналҳо ва дигар порчаҳои ёрирасон бисёркунҷаро ба секунҷаҳо, чоркунҷаҳо ва трапетсияҳо ҷудо карда, суммаи масоҳатҳои қисмҳои ҳосилшударо меёбанд.




Расми 66.

**Масъала.** Масоҳати бисёркунҷаи дар расми 66 тасвирёфтаро ёбед.

**Маълум:** **ABCDMP**–бисёркунҷаи ғайримунтазам.

**AB=CD**=5 см,

**BC=AK=KT=TD**=4 см

**BK=CT=KP**=3 см,

**PM**=6 см.

**Матлуб: S=x**.

**Ҳал.** Бисёркунҷаи расми 66 ба воситаи гузаронидани порчаҳои ёрирасон ба 5 қисм ҷудо карда шудааст.

$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5$

Аз $\Delta$**ABK** мувофиқи теоремаи Пифагор

**BK**$=\sqrt{AB^2 - AK^2}=\sqrt{25см^2 - 16см^2}=3$ см.

$S_1=\frac{1}{2}$ **AK·BK**$=\frac{1}{2}\cdot 4см\cdot 3см=6$ см$^2$.

$S_1=$**KT·BK**$=4\cdot 3=12(см^2)$, $S_3=S_1=6см^2$, **KD**$=4см+4см=8$ см.

$S_4=\frac{KD+PM}{2}\cdot$**PK**$=\frac{8+6}{2}\cdot 3=21$ (см$^2$).

$S_5=\frac{1}{2}$ **PK·AK**$=\frac{1}{2}\cdot 3см\cdot 4см=6$ см$^2$.

Инак, $S=S_1+S_2+S_3+S_4+S_5=6см^2+12см^2+6см^2+21см^2+6см^2=51$ см$^2$.

**Ҷавоб:** 51 см$^2$.

## Масъалаҳо

1. Дар секунҷаи росткунҷа яке аз катетҳо ба 12 см ва гипотенуза ба 13 см баробар аст. Катети дуюмро ёбед.

2. Оё тарафҳои секунҷаи росткунҷа ба ададҳои 3, 4, 5, мутаносиб шуда метавонанд?

3. Тарафи квадрат ба ***a*** баробар аст. Диагонали квадратро ёбед.

4. Дар секунҷаи росткунҷа кунҷи тез 45° буда, катет 8 см аст. Дарозии гипотенузаро ёбед.

5. Дар секунҷаи баробарпаҳлу баландии ба асос фуровардашуда 3 см буда, тарафи паҳлуӣ 5 см аст. Асоси секунҷаро ёбед ва масоҳаташро ҳисоб кунед.

6. Тарафҳои росткунҷа 6 см ва 8 см мебошанд. Диагонали росткунҷаро ёбед.

7. Диагоналҳои ромб 40 дм ва 30 дм мебошанд. Тарафи ромбро ёбед.

8. Дар ромб яке аз диагоналҳо 8 см буда, тараф ба 5 см баробар аст. Диагонали дуюм ва масоҳати ромбро ёбед.

9. Дар трапетсияи баробарпаҳлу асосҳо 13 см ва 7 см буда, тарафи паҳлуӣ 5 см аст. Баландии трапетсияро ёбед.

10. Дар трапетсияи баробарпаҳлу тарафи паҳлуӣ 13 см буда, баландӣ 12 см мебошад. Агар асоси хурд 10 см бошад, асоси калон ва масоҳати трапетсияро ёбед.

11. Баландии секунҷаи росткунҷа гипотенузаро ба порчаҳои дарозиашон 4 см ва 6 см ҷудо мекунад. Агар баландӣ ба 3 см баробар бошад, катетҳои секунҷаи росткунҷаро ёбед.

12. Кунҷи тези секунҷаи росткунҷа 30° буда, гипотенуза 10 см аст. Катетҳои секунҷаи росткунҷа ва масоҳаташро ёбед.

13. Масоҳати секунҷаи баробартарафи тарафаш ***a***-ро ёбед, агар ***a*** дорои қиматҳои 4 см, 8 см ва 10 см бошад.

14. Масоҳати секунҷаи росткунҷаи баробарпаҳлу гипотенузааш **с**-ро ёбед.

### Супоришҳо барои санҷиш

1. Теоремаи Пифагорро баён намоед.
2. Теоремаи Пифагорро исбот кунед.
3. Исбот кунед, ки дар секунҷаи росткунҷа гипотенуза аз катети дилхоҳ калон аст.
4. Катети секунҷаи росткунҷа ба воситаи гипотенуза ва катети дигар чӣ тавр ифода мешавад?
5. Масоҳати секунҷаи мунтазамро исбот кунед.
6. Масоҳати шашкунҷаи мунтазамро исбот кунед.
7. Масоҳати n-кунҷаи мунтазамро исбот кунед.
8. Масоҳати бисёркунҷаи номунтазамро чӣ тавр меёбанд?
9. Радиусҳои давраҳои дарункашидашуда ва берункашидашударо барои чоркунҷаи мунтазам ёбед.
10. Радиусҳои давраҳои дарункашидашуда ва берункашидашударо барои ҳашткунҷаи мунтазам ёбед.

# ФАСЛИ V.ФУНКСИЯҲОИ ТРИГОНОМЕТРӢ

## 1. Таърифи функсияҳои тригонометрӣ

*Дар секунҷаи росткунҷаи **ABC**: **a**-катети муқобили кунҷи $\alpha$ ; **b**- катети ба кунҷи $\boldsymbol{\alpha}$ часпида ва **c**-гипотенуза ном дорад.*

**Супоришҳо.** 1). Агар $\alpha=1°, 10°, 20°, 40°, 45°$ бошад, муайян кунед, ки $\sin\alpha$ ба косинуси кадом кунҷ баробар аст?
2). Барои кадом қимати $\alpha$ функсияҳои синус ва косинус, тангенс ва котангенс дорои аргументи якхелаанд?
3). Барои кадом қимати $\alpha$ катетҳо дарозии якхела доранд?

### 3. Айниятҳои асосии тригонометрӣ

1) Шумо аллакай бо чор айнияти асосии тригонометрӣ шинос шудаед:

1) $\sin(90°-\alpha)=\cos\alpha$, 3) $tg(90°-\alpha)=ctg\alpha$.
2) $\cos(90°-\alpha)=\sin\alpha$, 4) $ctg(90°-\alpha)=tg\alpha$.

2) Ба Шумо аз расми 69 маълум аст, ки $\sin\alpha=\dfrac{AM}{OM}$

ва $\cos\alpha=\dfrac{OA}{OM}$ мебошад. а) Аз ин формулаҳо ҳосил мекунем:

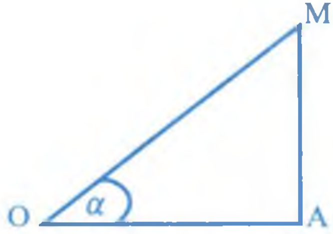
$\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{AM}{OM}:\dfrac{OA}{OM}=\dfrac{AM}{OA}=tg\alpha$, яъне $tg\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ . . . . . (5)

б) $\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\dfrac{OA}{OM}:\dfrac{AM}{OM}=\dfrac{OA}{AM}=ctg\alpha$, аз ин ҷо $ctg\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ . . . .(6)

в) Формулаҳои (5) ва (6)-ро зарб мекунем.

$tg\alpha\cdot ctg\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{cos\alpha}\cdot\dfrac{cos\alpha}{Sin\alpha}=1$, аз ин ҷо $tg\alpha\cdot ctg\alpha=1$ . . . . . . . (7)

г) Аз формулаи (7) $ctg\alpha$-ро меёбем: $ctg\alpha=\dfrac{1}{tg\alpha}$ . . . . . . . . (8)




Расми 69.

3) Дар расми 69 секунҷаи **OAM** секунҷаи росткунҷа мебошад.

Мувофиқи теоремаи Пифагор:

**$AM^2+OA^2=OM^2$**

Ҳамаи аъзои ин баробариро ба **$OM^2$** тақсим мекунем:

$$\left(\frac{AM}{OM}\right)^2+\left(\frac{OA}{OM}\right)^2=1.$$

Азбаски $\frac{AM}{OM}=\sin\alpha$ ва $\frac{OA}{OM}=\cos\alpha$ мебошанд,

пас, $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ . . . . . . . . . (9)

Ин баробарӣ яке аз айниятҳои тригонометрӣ мебошад.

Дар ин айният $\cos^2\alpha$-ро ба тарафи рост гузаронида, ҳосил мекунем: $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$ . . . . . . . . . (10)

ё $\sin\alpha=\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$ . . . . . . (11)

Агар $\sin^2\alpha$-ро дар формулаи (9) ба тарафи рост гузаронем,

$\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$ . . . . . . . . . (12)

ё $\cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$ . . . . . . (13)

4) а). Агар дар айнияти $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ ҳамаи аъзоҳоро ба $\cos^2\alpha$ тақсим кунем, он гоҳ:

$$\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}+1=\frac{1}{\cos^2\alpha} \text{ ё } 1+\mathrm{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ (14)$$

б). Дар ҳамон айният ҳамаи аъзоҳоро ба $\sin^2\alpha$ тақсим карда, ҳосил мекунем:

$$1+\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\frac{1}{\sin^2\alpha} \text{ ё } 1+\mathrm{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha} \quad . \ . \ . \ . \ (15)$$

Инак, Шумо бо айниятҳои зерин шинос шудед:

| | |
|---|---|
| 1). $\sin\alpha = \cos(90°-\alpha)$ | 9). $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha = 1$ |
| 2). $\cos\alpha = \sin(90°-\alpha)$ | 10). $\sin^2\alpha = 1- \cos^2\alpha$ |
| 3). $tg\alpha = ctg(90°-\alpha)$ | 11). $\cos^2\alpha = 1- \sin^2\alpha$ |
| 4). $ctg\alpha = tg(90°-\alpha)$ | 12). $\sin\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$ |
| 5). $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ | 13). $\cos\alpha = \pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$ |
| 6). $ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ | 14). $1+ tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ |
| 7). $tg\alpha\cdot ctg\alpha = 1$ | 15). $1+ ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$ |
| 8). $ctg\alpha = \frac{1}{tg\alpha}$ | |

## Машқҳо

Дар машқҳои 1 то 8 айнияти зеринро исбот кунед:

1. $\frac{\sin 60^\circ + \cos 30^\circ}{\cos 30^\circ} = 2.$

Исбот. $\frac{\sin 60^\circ + \cos 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\sin(90^\circ - 30^\circ) + \cos 30^\circ}{\cos 30^\circ} =$

$= \frac{\cos 30^\circ + \cos 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{2\cdot\cos 30^\circ}{\cos 30^\circ} = 2.$

2. $\cos 70°\cdot\sin 20° + \cos 20°\cdot\sin 70° = 1;$

3. $\frac{tg55^\circ + ctg35^\circ}{2\cdot ctg35^\circ} = 1;$

4. $(1-\sin\alpha)\cdot(1+\sin\alpha) = \cos^2\alpha;$

5. $\frac{(1-\sin\alpha)\cdot\sin\alpha - \cos^2\alpha}{\sin\alpha - 1} = ctg\alpha\cdot ctg(90°-\alpha).$

Дар машқҳои 6 -17 ифодаҳоро сода кунед:

6. $(1+\cos\alpha)\cdot(1-\cos\alpha)$;

7. $1+\sin^2\alpha+\cos^2\alpha$;

8. $\sin\alpha-\sin\alpha\cdot\cos^2\alpha$;

9. $tg^2\alpha-\sin^2\alpha\cdot tg^2\alpha$;

10. $tg^2\alpha\cdot(2\cos^2\alpha+\sin^2\alpha-1)$;

11. $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha+2\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha$;

12. $\cos^2\alpha+tg^2\alpha\cdot\cos^2\alpha$;

13. $\sin^2 2^\circ+\sin^2 2^\circ\cdot ctg^2 2^\circ$;

14. $\sin 87^\circ\cdot tg\,3^\circ\cdot\sin 3^\circ+\cos 87^\circ\cdot ctg\,3^\circ\cdot\cos 3^\circ$;

15. $\sin 30^\circ\cdot\cos 60^\circ\cdot tg\,75^\circ\cdot ctg\,75^\circ+\cos^2 30^\circ$.

16. $\sin 45^\circ\cdot\cos 60^\circ\cdot tg\,75^\circ\cdot ctg\,75^\circ+\cos^2 30^\circ$.

17. $\cos^4\alpha-\sin^4\alpha+\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$;

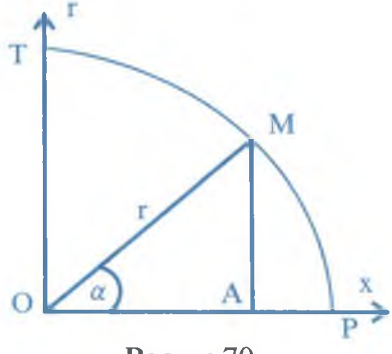
## 4. Қиматҳои функсияҳои тригонометрии баъзе кунҷҳо

### 1. Қиматҳои функсияҳои тригонометрии бузургиашон 0° ва 90°.

Дар расми 70 аз маркази **O** бо радиуси **r=OM** камони бузургиаш 90° сохта шудааст.

**OP=OM=OT=r**.

Бигзор, нуқтаи **M** қад-қади камони давра ҳаракат карда, ба мавқеи нуқтаи **T** оварда шавад.




Расми 70.

Он гоҳ катети **AM** ба порчаи **OT** табдил меёбад. Гипотенузаи **OM** дар натиҷаи чунин ҳаракат ба ҳолати **OT** омада, ба хати рости **OX** перпендикуляр мешавад. Катети **OA** оҳиста-оҳиста кӯтоҳ шуда, дарозиаш ба 0 баробар мешавад; кунҷи $\alpha$ зиёдшуда ба 90° баробар мешавад.

Дар натиҷа:

$$\sin 90° = \frac{OT}{OT} = 1, \quad \cos 90° = \frac{O}{OT} = 0,$$

$$tg\,90° = \frac{\sin 90°}{\cos 90°} = \frac{1}{0} = \infty, \quad ctg\,90° = \frac{\cos 90°}{\sin 90°} = \frac{0}{1} = 0.$$

$\sin 0° = \cos(90° - 0°) = \cos 90° = 0$, $\cos 0° = \sin(90° - 0°) = \sin 90° = 1$.

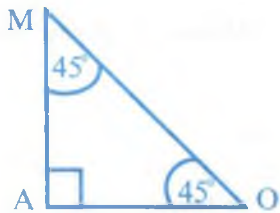
$$tg0° = \frac{\sin 0°}{\cos 0°} = \frac{0}{1} = 0, \quad ctg\,0° = \frac{\cos 0°}{\sin 0°} = \frac{1}{0} = \infty.$$

Инак, $\sin 90° = 1$, $\cos 90° = 0$, $tg\,90° = \infty$, $ctg\,90° = 0$.
$\sin 0° = 0$, $\cos 0° = 1$, $tg0° = 0$, $ctg\,90° = \infty$.

**2. Қиматҳои функсияҳои тригонометрии кунҷи бузургиаш 45°.**

Агар кунҷи $\angle$**AOM:**$\alpha = 45°$ бошад, он гоҳ дар расми 71 секунҷаи росткунҷаи **OAM** баробарпаҳлу мешавад, яъне **AM=OA**.

Дар натиҷа:



Расми 71.

$$tg\,45° = \frac{AM}{OA} = \frac{OA}{OA} = 1$$

$ctg\,45° = tg(90° - 45°) = tg\,45° = 1$

Аз айнияти

$1 + tg^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$ ҳосил мекунем: $\cos^2\alpha = \dfrac{1}{1 + tg^2\alpha}$

Аз ин ҷо, $\cos^2 45° = \dfrac{1}{1 + tg^2 45°} = \dfrac{1}{1+1} = \dfrac{1}{2}$; $\cos^2\alpha = \dfrac{1}{2}$

ва $\cos 45° = \sin 45° = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

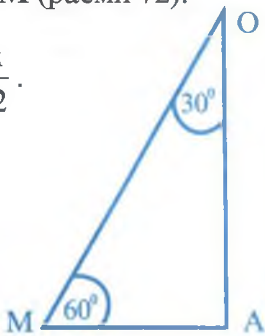
Ҳамин тариқ, $\sin 45° = \cos 45° = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$, $tg\,45° = ctg\,45° = 1$.

## 3. Қиматҳои функсияҳои тригонометрии кунҷҳои бузургиашон 30° ва 60°.

Дар секунҷаи росткунҷаи **OAM**, агар кунҷи $\alpha=30°$ бошад, он гоҳ катети муқобили ин кунҷ ба нисфи гипотенуза **OM** баробар аст, **AM**$=\frac{1}{2}\cdot$**OM** ё **OM=2·AM** (расми 72).

Дар натиҷа: а) $\sin 30°=\frac{AM}{OM}=\frac{AM}{2\cdot AM}=\frac{1}{2}$.

$\cos 60°=\sin(90°-60°)=\sin 30°=\frac{1}{2}$



Расми 72.

б) $OA^2+AM^2=OM^2$, $OA^2=OM^2-AM^2=4AM^2-AM^2=3\cdot AM^2$

$OA=\sqrt{3}\,AM$.

$$\cos 30°=\sin 60°=\frac{OA}{OM}=\frac{\sqrt{3}\cdot AM}{2\cdot AM}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

в) $\mathrm{tg}\,30°=\mathrm{ctg}\,60°=\frac{AM}{OA}=\frac{AM}{\sqrt{3}\cdot AM}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\mathrm{tg}\,60°=\mathrm{ctg}\,30°=\frac{OA}{AM}=\frac{\sqrt{3}\cdot AM}{AM}=\sqrt{3}.$$

Инак, $\sin 30°=\cos 60°=\frac{1}{2}$,

$\cos 30°=\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\mathrm{tg}\,30°=\mathrm{ctg}\,60°=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\mathrm{ctg}\,30°=\mathrm{tg}\,60°=\sqrt{3}$.

Қиматҳои функсияҳои тригонометриро дар шакли ҷадвали зерин менависем:

| Ф-я \ $\alpha$ | $0^0$ | $30^0$ | $45^0$ | $60^0$ | $90^0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| sin | 0 | $1/2$ | $1/\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\sqrt{3}/2$ | 1 |
| cos | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| tg | 0 | $1/\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | $\infty$ |
| ctg | $\infty$ | $\sqrt{3}$ | 1 | $1/\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0 |

## Масъалаҳо.

1. Қимати ифодаро ёбед:

а). $\sin 0°+\cos 60°\cdot\sin 30°$

б). $tg\, 45°+ctg\, 30°\cdot ctg\, 60°$

в). $\sin 45°\cdot\cos 45°+ \sin 60°\cdot \cos 30°$

г). $\dfrac{tg30^\circ + tg60^\circ}{1+tg30^\circ \cdot tg60^\circ}$  ғ). $\dfrac{\sin 90^\circ \cdot \cos 0^\circ + \cos 60^\circ}{\sin 0^\circ \cdot \sin 90^\circ + \sin 30^\circ}$

2. Қиматҳои функсияҳоро ба воситаи калкулятор ё ҷадвали чорраҳамаи Брадис ёбед:

| | | |
|---|---|---|
| а). $\sin 22°$ | ғ). $\cos 68°$ | ж). $tg\, 61°$ |
| б). $\sin 22°36'$ | д). $\cos 68°18'$ | з). $tg\, 62°15'$ |
| в). $\sin 22°48'$ | е). $\cos 68°23'$ | и). $tg\, 8°30'$ |
| г). $\sin 22°41'$ | ё). $\cos 68°54'$ | к). $tg\, 84°$. |

3. Бузургии кунҷи х-ро ёбед (х-кунҷи тез):

| | | |
|---|---|---|
| а). $\sin x=0$ | ғ). $\sin x=\frac{1}{2}$ | ё). $ctg x=\sqrt{3}$ |
| б). $\cos x=0$ | д). $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ | ж). $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| в). $tg x=0$ | е). $tg x=\frac{1}{\sqrt{3}}$ | з). $\cos x=1$ |
| г). $ctg x=0$ | | и). $tg x=1$ |
| | | к). $ctg x=1$ |

4. Бузургии кунҷи x-ро бо ёрии калкулятор ё ҷадвали чорракамаи Брадис ёбед:

а). $\sin x=0{,}0175$
б). $\sin x=0{,}5015$
в). $\cos x=0{,}6814$
г). $\cos x=0{,}0670$
ғ). $tg x=1{,}7000$
д). $tg x=3{,}4$.

5. Қиматҳои $\sin\alpha$ ва $tg\alpha$-ро ёбед, агар $\cos\alpha=\frac{5}{13}$ бошад.

**Ҳал.** Аз айнияти $\sin\alpha=\sqrt{1-cos^2\alpha}$ истифода мебарем.

$$\sin\alpha=\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2}=\frac{12}{13},\quad \sin\alpha=\frac{12}{13}.$$

Аз формулаи $tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{12}{13}:\frac{5}{13}=\frac{12}{5}=2{,}4,\quad tg\alpha=2{,}4.$

**Ҷавоб:** $\sin\alpha=\frac{12}{13}, tg\alpha=2{,}4$.

6. Қиматҳои $\sin\alpha$ ва $tg\alpha$-ро ёбед, агар:

а). $\cos\alpha=\frac{15}{17}$, б). $\cos\alpha=0{,}6$, в). $\cos\alpha=0{,}03$.

7. Қиматҳои $\cos\alpha$ ва tg-ро ёбед, агар:

а). $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, б). $\sin\alpha=\frac{40}{41}$, в). $\sin\alpha=0{,}8$.

8) Айниятҳоро исбот кунед:

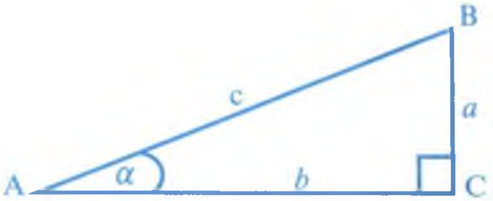
а) $\frac{1+tg^2\alpha}{1+ctg^2\alpha}=tg^2\alpha$ б) $\sin^2 4°+\cos^2 4°+\sin 30°=1{,}5$

в) $tg\,20°\cdot ctg\,20°+\sin 30°+\sin^2 5°+\cos^2 5°=2{,}5$.

## 4. Масъалаҳо доир ба секунҷаи росткунҷа

### 1. Вобастагии тарафҳо ва кунҷҳои секунҷаи росткунҷа

Дар расми 73 секунҷаи росткунҷаи **ABC** тасвир ёфтааст. Гипотенуза: **AB=c**, катетҳо: **BC=*a*** ва **AC=b** мебошанд.




Расми 73.

Пас, 1) $\frac{a}{c}= \sin\alpha$ ё $a=c\cdot\sin\alpha$ ; 3) $\frac{a}{b}= \mathrm{tg}\alpha$ ё $a=b\cdot\mathrm{tg}\alpha$

2) $\frac{b}{c} = \cos\alpha$ ё $в=c\cdot \cos\alpha$ ; 4) $\frac{b}{a}= \mathrm{ctg}\alpha$ ё $b=a\cdot\mathrm{ctg}\alpha$

Ба воситаи ин чор формула, теоремаи Пифагор ва формулаи масоҳати секунҷаи росткунҷа як қатор масъалаҳоро доир ба секунҷаи росткунҷа ҳал кардан мумкин аст.

**2. Масъалаи 1.** Дар секунҷаи росткунҷа гипотенуза ба 13 см баробар буда, кунҷи тез 60° аст. Элементҳои дигари секунҷаи росткунҷаро ёбед.

Дар расми 73:

**Маълумҳо:**$\Delta$**ABC**–секунҷаи росткунҷа $\angle$**C**=90°,$\angle$**A**=60°, **c**=13см.

**Матлубҳо:** $\angle$**B**, $a$, **b**, **S**.

**Ҳал:** 1) $\angle A+\angle B=90°$, $\angle B=90°-\angle A=90°-60° =30°$,$\angle B=30°$.

2) $a=c\cdot\sin\alpha =13$ см$\cdot \sin 60°=13\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ см$=6{,}5\cdot \sqrt{3}$ см, $a=6{,}5\cdot \sqrt{3}$ см.

3) $b=c\cdot \cos\alpha =13$ см$\cdot \cos 60°=13\cdot \frac{1}{2}$ см$=6{,}5$ см, $b=6{,}5$ см.

$S=\frac{1}{2}\cdot a\cdot b=\frac{1}{2}\cdot 6{,}5\sqrt{3}\cdot 6{,}5$ см$^2=21{,}125\sqrt{3}$ см$^2$, $S=21{,}125\sqrt{3}$ см$^2$.

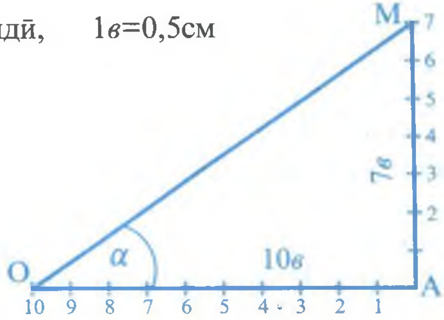
**Ҷавоб:** $a=6{,}5\sqrt{3}$ см, $b=6{,}5$ см,

$\angle B=30°$, $S=21{,}125\sqrt{3}$ см$^2$.

3. **Масъалаи 2.** Кунҷи $\alpha$ -ро созед, агар $\mathrm{tg}\,\alpha =0{,}7$ бошад.

Низоми сохтан: 1). $\mathrm{tg}\alpha =0{,}7=\frac{7}{10}$,

2). Интихоби порчаи воҳидӣ, 1*в*=0,5см
3). Сохтани $\angle$**OAM**=90°,
4). Сохтани **AM**=7 *в*,
5). Сохтани **AO**=10 *в*,
6). Сохтани OM.
**Матлуб:** $\angle$**AOM**=α.



Расми 74.

## Масъалаҳо

1. Аз рӯйи гипотенуза ва кунҷи тези додашуда элементҳои дигари секунҷаи росткунҷаро ёбед:
а) **c**=2, $\alpha$ =20°; в) **c**=3, $\alpha$ =70°; ғ) **c**=16, $\alpha$ =60°
б) **c**=4, $\alpha$ =30°; г) **c**=25, $\alpha$ =42°; д) **c**= $\sqrt{2}$ , $\alpha$ =45°

2. Аз рӯйи ду катети додашуда элементҳои дигари секунҷаи росткунҷаро ёбед:
а) ***a***=3, ***b***=4. б) ***a***=9, ***b***=40. в) ***a***=20, ***b***=21. г) ***a***=10, ***b***=10. ғ) ***a***=11, ***b***=60. д) ***a***=12, ***b***=5.

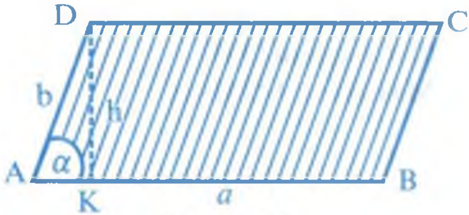
3. Аз рӯйи гипотенуза ва катети додашуда элементҳои боқимондаи секунҷаи росткунҷаро ёбед.
а) **c**=13, ***a***=15; в) **c**=10, ***b***=8; ғ) **c**=27, ***a***=7;
б) **c**=25, ***b***=20; г) **c**=5, ***a***=3; д) **c**=85, ***b***=84.

4. Аз рӯйи катет ва кунҷи тези додашуда элементҳои боқимондаи секунҷаи росткунҷаро ёбед.
а) ***a***=5, $\beta$ =30°; в) ***b***=16, $\alpha$ =60°; ғ) ***a***=1, $\alpha$ =45°;
б) ***a***=5, $\alpha$ =30°; г) ***b***=16, $\beta$ =60°; д) ***a***=4, $\beta$ =45°.

5. Кунҷи $\alpha$ -ро созед, агар:
а). $\cos\alpha = \frac{4}{7}$; б). $\sin\alpha = \frac{4}{7}$; в). $\sin\alpha$ =0,5;
г). $\text{tg}\,\alpha = \frac{3}{5}$; ғ). $\cos\alpha = \frac{1}{2}$; д). $\text{tg}\,\alpha$ =1.

6. Дар секунҷаи росткунҷа кунҷи тез 60° аст. Баландӣ гипотенузаро дар нисбати 11:33 тақсим мекунад. Баландӣ ва катетҳоро ёбед.

7. Исбот кунед, ки масоҳати параллелограмм ба ҳосили зарби ду тараф ва синуси кунҷи байни тарафҳо баробар аст. Дар расми 75:



Расми 75.

**Маълум:** $a$, $b$, $\alpha$

**Матлуб:** $S= a \cdot b \cdot \sin\alpha$

**Исбот:** Маълум аст, ки

$S=a \cdot h$.

Аз $\Delta AKD$: $DK= h$; $h=b \cdot \sin\alpha$ мебошад, аз ин ҷо

$S= a \cdot b \cdot \sin\alpha$

8. Исбот кунед, ки масоҳати ромби тарафаш $a$ ва кунҷи тезаш $\alpha$ ба $S=a^2\sin\alpha$ баробар аст.

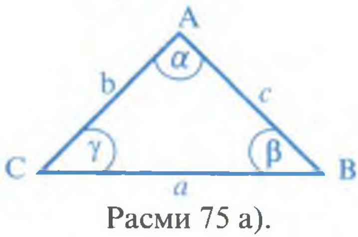
9. Исбот кунед, ки масоҳати дилхоҳ секунҷаи **ABC** бо яке аз формулаҳои зерин ёфта мешавад:

$$S=\frac{1}{2}AB \cdot BC \sin\angle B,\ S=\frac{1}{2}BC \cdot AC\sin\angle C,\ S=\frac{1}{2}AB \cdot AC \sin\angle A.$$

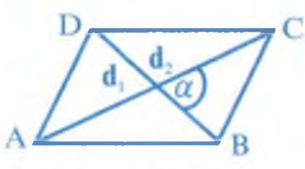
ё $S=\frac{1}{2}a \cdot b\sin\gamma$, $S=\frac{1}{2}a \cdot c\sin\beta$, $S=\frac{1}{2}b \cdot c\sin\alpha$

10. Исбот кунед, ки масоҳати чоркунҷаи барҷаста ба нисфи ҳосили зарби диагоналҳо ва синуси кунҷи байни онҳо баробар аст:

Яъне, $S=\frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD\sin\alpha$ ё $S=\frac{1}{2}d_1 \cdot d_2\sin\alpha$, $\alpha =(\widehat{d_1,d_2})$.



Расми 75 а).



Расми 75 б).

**Хулоса:**

Аз ҳалли масъалаҳои боло формулаҳои зерин ҳосил мешаванд:

1. $S=a \cdot b \cdot \sin\alpha$ барои параллелограмм, $a$ ва $b$–тарафҳо, $\alpha$ - кунҷи байни онҳо.
2. $S=a^2 \cdot \sin\alpha$ барои ромб, $a$–тараф, $\alpha$ -кунҷ.

3. $S=\frac{1}{2}a\cdot b\ \sin\gamma$, $S=\frac{1}{2}bc\ \sin\alpha=\frac{1}{2}a\cdot c\ \sin\beta$, ***a***, ***b***, ва **c** тарафҳо, $\alpha$, $\beta$ ва $\gamma$ -кунҷҳои секунҷа.

4. $S=\frac{1}{2}d_1\cdot d_2\ \mathrm{Sin}\,\alpha$ барои дилхоҳ чоркунҷаи барҷаста, $d_1$ ва $d_2$ –диагоналҳо, $\alpha$ -кунҷи байни диагоналҳо.

Барои масоҳати параллелограмм, росткунҷа, секунҷа, ромб, квадрат ва трапетсия боз кадом формулаҳо мавҷуданд?

## Саволҳо барои санҷиш.

1. Катет чист?
2. Гипотенуза чист?
3. Таърифи синус, косинус, тангенс ва котангенсро баён намоед.
4. Формулаҳои функсияҳои тригонометриро барои кунҷҳои $90°-\alpha$ нависед.
5. Айниятҳои асосии тригонометриро нависед ва яке аз онҳоро исбот намоед.
6. Қиматҳои функсияҳои тригонометриро барои кунҷҳои 30°, 45° ва 60° исбот намоед.
7. Формулаи $s=a\cdot b\cdot\ \sin\alpha$ -ро барои параллелограмм исбот намоед.

# ФАСЛИ VI.ҲАРАКАТ

Дар ин фасл шумо бо намудҳои гуногуни ҳаракат шинос мешавед. Ҳаракат яке аз намудҳои табдилдиҳиҳои геометрӣ мебошад. Шумо ба таъриф ва хосиятҳои он дар охири ин боб шинос хоҳед шуд.

Агар нуқтаҳои ягон шаклро кӯчонда, шакли дигареро ҳосил кунем, он гоҳ мегӯянд, ки ин шакл аз шакли аввала ба воситаи табдилдиҳии геометрӣ ё ҳаракат ҳосил шудааст.

Симметрияи марказӣ, симметрияи тирӣ, параллелкӯчонӣ ва гардиш намудҳои табдилдиҳиҳои геометрӣ ва ҳаракатҳо мебошанд.

## 1. Симметрияи марказӣ

### 1. Фигураҳои нисбат ба марказ симметрӣ.


Расми 76.

**Таъриф.** *Нуқтаи* $\boldsymbol{A_1}$ *ба нуқтаи* $\boldsymbol{A}$ *нисбат ба маркази* $\boldsymbol{O}$ *симметрӣ номида мешавад, агар нуқтаи* $\boldsymbol{O}$ *миёнаҷойи порчаи* $\boldsymbol{AA_1}$ *бошад.*

Калимаи «симметрия» дар тарҷума ба забони тоҷикӣ маънои «баробармасофа»-ро дорад.

**Таъриф.** *Шакли* $\boldsymbol{\Phi_1}$ *ба шакли* $\boldsymbol{\Phi}$ *нисбат ба маркази* $\boldsymbol{O}$ *симметрӣ номида мешавад, агар нуқтаи дилхоҳи* $\boldsymbol{X_1}$ *аз* $\boldsymbol{\Phi_1}$ *ба ягон нуқтаи* $\boldsymbol{X}$ *аз* $\boldsymbol{\Phi}$ *нисбат ба марказ* $\boldsymbol{O}$ *симметрӣ бошад.* Ишораи $S_o(\Phi)=\Phi_1$ маънои шакли $\Phi_1$ ба шакли $\Phi$ нисбат ба маркази **O** симметриро дорад.

### 2. Сохтани шаклҳои нисбат ба марказ симметрӣ.

Масъалаи 1. $A_1= S_o(A)$ сохта шавад.

**Низоми сохтан:**

1) Интихоби маркази **O** ва нуқтаи **A**.

2) Сохтани хати рости **(OA)**.

3) Сохтани давраи марказаш **O** ва радиусаш порчаи **OA** мухтасар **O([OA])**, **[OA]**- порчаи **OA**

4) Нуқтаи $A_1$ буриши давраи **O([OA])** ба хати рости **(OA)**.

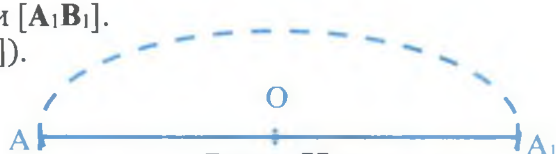
**Матлуб:** $A_1= S_o(A)$

Масъалаи 2. Сохтани $[A_1B_1]= S_o([AB])$ (Сохтани порчаи ба порчаи додашуда марказан симметрӣ).

**Низоми сохтан.**

1. Интихоби маркази **O** ва порчаи **[AB]**.
2. Сохтани $A_1= S_o(A)$.
3. Сохтани $B_1= S_o(B)$.
4. Сохтани порчаи $[A_1B_1]$.

**Матлуб:** $[A_1B_1] = S_o([AB])$.




Расми 77.

Расми78.

**Теоремаи 1.** *Порчаҳои нисбат ба марказ симметрӣ параллел ва баробаранд.*

**Маълум:** $[A_1B_1] = S_o([\mathbf{AB}])$

**Матлуб:** $A_1B_1 \| AB$ ва $|A_1B_1| = |AB|$.

**Исбот.** Дар расми 78 аз дурустии $|OB_1| = |OB|$, $|OA_1| = |OA|$ ва $\angle 2 = \angle 1$ бармеояд, ки $\Delta A_1OB_1 = \Delta AOB$ аст. Аз $\Delta A_1OB_1 = \Delta AOB$ бармеояд, ки $|A_1B_1| = |AB|$ ва $\angle 3 = \angle 4$. Кунҷҳои $\angle 3$ ва $\angle 4$ чилликианд. Пас, $A_1B_1 \| AB$ аст.

Масъалаи 3. Сохтани хати рости $\boldsymbol{a}_1$ ба хати рости $\boldsymbol{a}$ нисбат ба маркази **O** симметрӣ:

$\boldsymbol{a}_1 = S_o(\boldsymbol{a})$.

**Низоми сохтан:**

1. Интихоби нуқтаи **O** ва хати рости ***a***.
2. Интихоби нуқтаҳои **A** ва **B** дар хати рости ***a***.
3. Сохтани $A_1 = S_o(A)$ ва $B_1 = S_o(B)$.
4. Сохтани хати рости $(A_1B_1) = \boldsymbol{a}_1$.

**Теоремаи 2.** *Хатҳои рости марказан симметрӣ бо ҳам параллеланд, агар марказ дар ягонтои онҳо нахобад.*

Исботи ин теорема ба Шумо ҳавола карда мешавад.

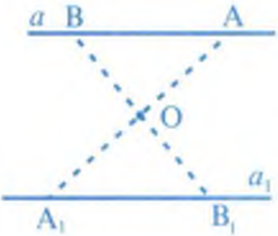
**Супориши 1.** Нуқтаи **O**-ро дар хати рости ***a*** гирифта, $S_o(\boldsymbol{a})$-ро созед (низоми сохтан тағйир намеёбад).

**Теоремаи 3.** *Хати рости аз марказ гузаранда ба худаш симметрӣ аст.* (Худатон исбот кунед)

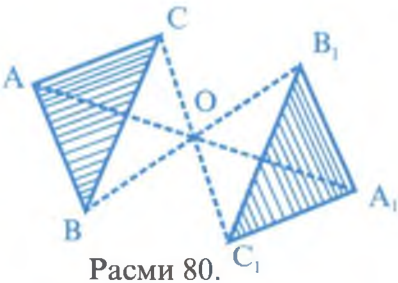
1) $\Delta A_1B_1C_1$-и ба $\Delta ABC$ нисбат ба марказ **O** симметриро созед.

**Низоми сохтан:**

1) Интихоби $\Delta ABC$ ва нуқтаи **O**
2) Сохтани $A_1 = S_o(A)$.
3) Сохтани $B_1 = S_o(B)$.
4) Сохтани $C_1 = S_o(C)$.




Расми 79.




Расми 80.

5) Сохтани порчаҳои $[A_1B_1]$, $[B_1C_1]$, $[A_1C_1]$.

**Матлуб:** $\Delta A_1B_1C_1=S_o(\Delta ABC)$.

**Масъала:** Исбот кунед, ки секунҷаҳои марказан симметрӣ бо ҳам баробаранд.

**Маълум:** $\Delta A_1B_1C_1=S_o(\Delta ABC)$.

**Матлуб:** $\Delta A_1B_1C_1=\Delta ABC$.

**Исбот:** Аз дурустии $[A_1B_1]=S_o([AB])$, $[B_1C_1]=S_o([BC])$ ва $[A_1C_1]=S_o([AC])$ бармеояд, ки $|A_1B_1|=|AB|$, $|B_1C_1|=|BC|$ ва $|A_1C_1|=|AC|$ мебошад; аз ин ҷо мувофиқи аломати сеюми баробарии секунҷаҳо $\Delta A_1B_1C_1=\Delta ABC$.

**Теоремаи 4.** *Шаклҳои нисбат ба марказ симметрӣ бо ҳам баробаранд.*

Шумо бо исботи ин хосият аллакай дар масъалаи гузашта шинос шудаед.

**Супориши 2.** Чоркунҷаи $A_1B_1C_1D_1$-и ба чоркунҷаи **ABCD** симметриро нисбат ба маркази **O** созед.

**Супориши 3.** Кунҷи ба кунҷи додашуда симметриро нисбат ба маркази **O** созед.

**Нишондод.** Дар ҳар тарафи кунҷ якнуқтагӣ гирифта, симметрияи қуллаи кунҷ ва худи ин нуқтаҳоро созед.

**Теоремаи 5.** *Кунҷҳои марказан симметрӣ баробаранд.* (Ин теоремаро мустақилона исбот кунед)

**Теоремаи 6.** *Нурҳои марказан симметрӣ муқобилсамтанд.* (Ин теоремаро мустақилона исбот кунед)

**3. Шаклҳое, ки худашон маркази симметрия доранд.**

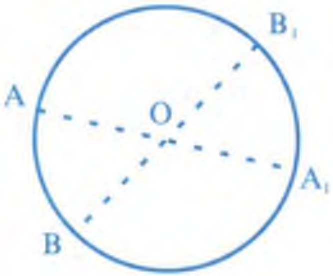
**Таъриф.** *Нуқтаи **О** маркази симметрияи шакл номида мешавад, агар нуқтаи дилхоҳи ин шакл ба ягон нуқтаи дигараш нисбат ба маркази **О** симметрӣ бошад.*

Шаклҳои дорои маркази симметрияро марказан симметрӣ меноманд.

1. Маркази симметрияи давра маркази давра мебошад. Ҳар як диаметр ду нуқтаи давраро пайваста, бо ҳам симметрӣ месозад.

2. Маркази симметрияи порча миёнаҷояш мебошад.

3. Маркази симметрияи параллелограмм, росткунҷа, квадрат ва ромб нуқтаи буриши диагоналҳояшон мебошад.




Расми81.

4. Шаклҳое мавҷуданд, ки марказҳои бешумори симметрӣ доранд. Нуқтаи дилхоҳи хати рост барояш маркази симметрия мебошад.

5. Ду хати рости параллел маркази симметрияи бешумор доранд.

**4. Хосиятҳои симметрияи марказӣ.**

1. Маркази симметрия ба худаш симметрӣ аст.

2. Симметрияи марказӣ хати ростро ба хати рости ба он параллел табдил медиҳад.

3. Симметрияи марказӣ масофаи байни нуқтаҳоро тағйир намедиҳад.

4. Симметрияи марказӣ шаклро ба шакли ба он баробар табдил медиҳад.

5. Симметрияи марказӣ бузургии кунҷро тағйир намедиҳад.

6. Симметрияи марказӣ нурро ба нури муқобилсамташ табдил медиҳад.

7. Симметрияи марказӣ тартиби нуқтаҳоро тағйир намедиҳад.

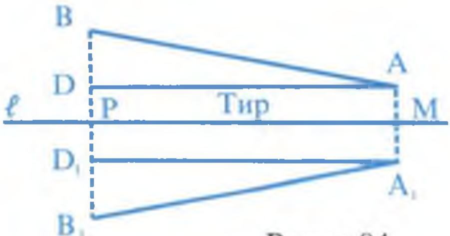
8. Симметрияи марказӣ як намуде, аз ҳаракатҳо мебошад.

4) Сохтани порчаи $[A_1B_1]$.

**Матлуб:** $[A_1B_1] = S_\ell([AB])$.

**Теоремаи 1.** *Порчаҳои нисбат ба тир симметрӣ баробаранд.*

**Исбот.** Дар расми 84 $AA_1 \perp \ell$, $BB_1 \perp \ell$ ва $AA_1 \| BB_1$ буда, чоркунҷаи $ABB_1A_1$ трапетсия мебошад.




Расми 84.

Аз дурустии $DA=PM=D_1A_1$ ва $DB=PB-DP=PB_1-PD_1=D_1B_1$ бароmeяд, ки $\Delta D_1A_1B_1=\Delta DAB$ буда, $[A_1B_1]=[AB]$ аст.

### Супоришҳо

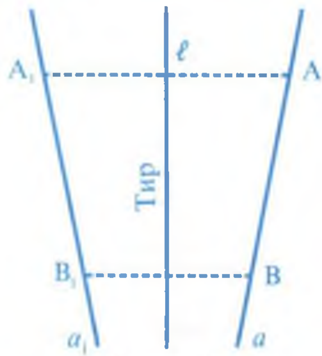
1) Кадом вакт порчаҳои бо ҳам симметрӣ параллеланд?
2) Кадом вакт порчаи ба порчаи додашуда симметрӣ дар тири симметрия мехобад?
3) Кадом вакт порчаи ба порчаи додашуда симметрӣ тири симетрияро мебурад?

**Масъалаи 3.** Тири $\ell$ ва хати рости $\boldsymbol{a}$ дода шудаанд. Шакли ба хати рости $\boldsymbol{a}$ симметриро созед.

**Низоми сохтан:**

1). Тасвири $\ell$ ва $\boldsymbol{a}$- хатҳои рост.
2). Интихоби **A** ва **B** дар $\boldsymbol{a}$.
3). Сохтани $A_1=S_\ell(A)$ ва $B_1= S_\ell(B)$.
4). Сохтани хати рости $(A_1B_1) = \boldsymbol{a_1}$.

**Матлуб:** $\boldsymbol{a}_1=(A_1B_1)= S_\ell(AB)= S_\ell(a)$.




Расми 85.

## Супоришҳо

1. Кадом вақт хатҳои рости нисбат ба тир симметрӣ бурандаанд?

2. Кадом вақт хатҳои рости нисбат ба тир симметрӣ параллеланд?

3. Кадом вақт хатҳои рости бо ҳам симметрӣ якҷоя мешаванд?

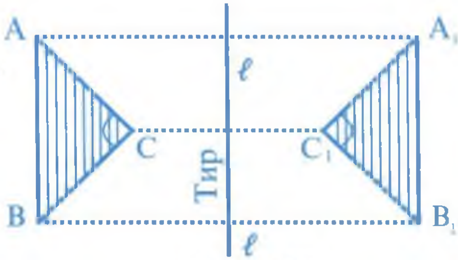
**Масъалаи 4.** $\Delta ABC$ ва тири $\ell$ дода шудаанд.

Сохта шавад: $\Delta A_1B_1C_1 = S_\ell(\Delta ABC)$.

**Низоми сохтан.**

1). Интихоби $\Delta ABC$ ва тири $\ell$.
2). Сохтани $A_1=S_\ell(A)$.
3). Сохтани $B_1=S_\ell(B)$.
4). Сохтани $C_1=S_\ell(C)$.
5). Сохтани порчаҳои $[A_1B_1]$ $[A_1C_1]$ ва $[B_1C_1]$.

**Матлуб:** $\Delta A_1B_1C_1=S_\ell(\Delta ABC)$



Расми 86.

**Теоремаи 2.** *Фигураҳои нисбат ба тир симметрӣ баробаранд.* Ин хосиятро барои мавриди секунҷа исбот мекунем.

**Маълум:** $\Delta A_1B_1C_1=S_\ell(\Delta ABC)$.

**Матлуб:** $\Delta A_1B_1C_1=\Delta ABC$.

**Исбот.** Дар расми 86 азбаски $[A_1B_1]=S_\ell([AB])$, $[B_1C_1]= =S_\ell([BC])$ ва $[A_1C_1]=S_\ell([AC])$ мебошанд, он гоҳ $A_1B_1= AB$, $B_1C_1=BC$ ва $A_1C_1=AC$ мешавад.

Аз баробарии тарафҳои мувофиқ бармеояд, ки $\Delta A_1B_1C_1=\Delta ABC$.

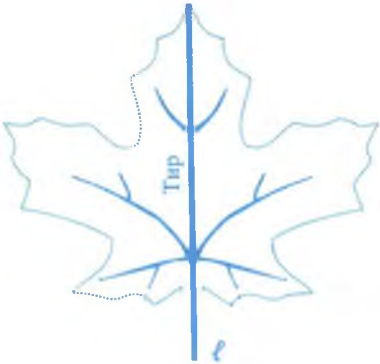
## Супоришҳо

1. Дар расми 86 $\angle A_1C_1B_1=S_\ell(\angle ACB)$ аст. Исбот кунед, ки кунҷҳои нисбат ба тир симметрӣ баробаранд.

2. Дар расми 86 нури $[AC)$ ба нури $[A_1C_1)$ симметрӣ мебошад. Оё нурҳои нисбат ба тир симметрӣ муқобилсамт шуда метавонанд?

3. Давра кашед. Ин давраро нисбат ба ягон тир бо таври симметрӣ табдил диҳед.

### 3. Шаклҳое, ки тири симметрия доранд.



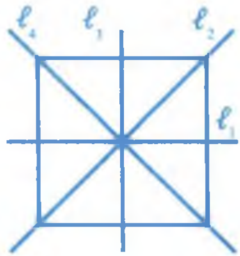

**Таъриф.** *Хати рост* ***тири симметрияи*** *шакл номида мешавад, агар нуқтаи дилхоҳи ин шакл бо ягон нуқтаи дигараш симметрӣ бошад.*

**Мисол.** 1) Баргҳои дарахтон ва растаниҳо тири симметрия доранд (расми 87).

Расми 87.

2) Биноҳо тири симметрия доранд (расми 88).
3) Квадрат чорто тири симметрия дорад (ду диагонал ва ду перпендикуляри миёначойи тарафҳои муқобил) (расми 89).


Расми 88.



Расми 89.

### Супоришҳо

1. Оё параллелограмм тири симметрия дорад?
2. Давра чанд тири симметрия дорад?
3. Ромб чанд тири симметрия дорад?
4. Хати рост чанд тири симметрия дорад?
5. Кадом намуди трапетсия тири симметрия дорад?

## 4. Хосиятҳои симметрияи тирӣ

1. Симметрияи тирӣ нуқтаро ба ягон нуқтаи дигар табдил медиҳад.

2. Симметрияи тирӣ порчаро ба порчаи ба он баробар табдил медиҳад.

3. Симметрияи тирӣ кунҷро ба кунҷи ба он баробар табдил медиҳад.

4. Симметрияи тирӣ фигураро ба фигураи ба он баробар табдил медиҳад.

5. Симметрияи тирӣ хатҳои рости параллелро ба хатҳои рости параллел табдил медиҳад.

6. Агар $\mathbf{\Phi}_1 = S_\ell(\mathbf{\Phi})$ бошад, он гоҳ $\mathbf{\Phi} = \mathbf{S}_\ell(\mathbf{\Phi}_1)$ мебошад.

7. Симметрияи тирӣ давраро ба давраи дигар табдил медиҳад.

8. Дар симметрияи тирӣ нуқтаҳои тир ва худи тир ба худашон табдил меёбанд.

9. Симметрияи тирӣ шаклҳои як нимҳамвориро ба шаклҳои дигар нимҳамворӣ табдил медиҳад.

10. Симметрияи тирӣ тартиби нуқтаҳоро тағйир намедиҳад.

11. Симметрия яке аз намудҳои ҳаракат мебошад.

### Масъалаҳо

1. Кадом намуди секунҷаҳо тири симметрия доранд?

2. Кадом вақт ду давра тири симметрия дорад?

3. Тири симметрияи ду давраи а) буранда, б) расанда, в) набуранда, г) ҳаммарказ дар куҷо воқеъ аст?

4. Оё кунҷ тири симметрия дорад?
Тири симметрияи ягон кунҷро созед.

5. Ду хати рости буранда чанд тири симметрия доранд?

6. Шашкунҷаи мунтазам чанд тири симметрия дорад?

7. Аз ҳашарот ва ҳайвонот кадомҳояш тири симметрия доранд?

8. Порчаи **AB** ва тири $\ell$ перпендикуляр ҳастанд.
Порчаи ба он симметриро созед.

9. Панҷкунҷае созед, ки нисбат ба ягон хати рости аз қулла гузаранда ба панҷкунҷаи **ABCDE**-и додашуда симметрӣ бошад.

10. $\Delta A_1B_1C_1 = S_\ell(\Delta ABC)$ мебошад. Агар **AB**=4,5 см, **BC**=5 см, **CA**=8,1 см бошад, периметри секунҷаи $A_1B_1C_1$-ро ёбед.

11. Берун аз квадрат тире интихоб кунед.Фигураи ба квадрат симметриро созед.Исбот кунед, ки фигураи ба квадрат симметрӣ квадрат аст.

12. Оё а) нур, б) порча, в) панҷкунҷа, г) хатҳои рости параллел, ғ) ду нури ҳамсамт, д) ду нури муқобилсамт тири симметрия доранд?

13. Квадрати **ABCD**–ро сохта, $S_A(ABCD)$–ро ичро карда, квадрати $A_1B_1C_1D_1$ ҳосил кунед, сипас ягон тири $\ell$-и ихтиёрӣ гирифта, $A_2B_2C_2D_2 = S_\ell(A_1B_1C_1D_1)$-ро созед.

## 3. Параллелкӯчонӣ

### 1. Кӯчонидани нуқта.

**Масъалаи 1.** Нуқтаи **M** ва порчаи **AB** дода шудааст. Нуқтаи **M**-ро бо самти нури [**AB**) ба масофаи |**AB**| кӯчонед.

**Низоми сохтан.**


Расми 90.

1) Интихоби нуқтаи **M** ва порчаи [**AB**].

2) Сохтани нури $[MM_1) \uparrow\uparrow [AB)$.

3) Сохтани порчаи $MM_1 = AB$.

**Матлуб:** нуқтаи $M_1 = \overline{AB}(M)$

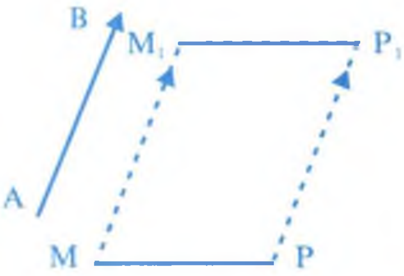
**Таърифи 1.** *Агар нуқтаи **M** ба самти нури [**AB**) ба масофаи |**AB**| кӯчонида шуда бошад, он гоҳ мегӯянд, ки нуқтаи **M** параллел кӯчонида шудааст.*

**Таърифи 2.** *Агар нуқтаи дилхоҳи $X_1$-и шакли $\Phi_1$ дар натиҷаи бо дарозӣ ва самти додашуда кӯчонидани ягон нуқтаи **X**-и шакли **Ф** ҳосил шуда бошад, он гоҳ мегӯянд, ки шакли **Ф** дар натиҷаи параллелкӯчонӣ ба шакли $\Phi_1$ табдил ёфтааст.*

Ишораи $\overline{AB}(\Phi) = \Phi_1$, маънои параллелкӯчонии $\overline{AB}$-и шакли **Ф**-ро ба $\Phi_1$ дорад. Дарозии порчаи **AB** масофаи параллелкӯчонӣ ва самти нури **AB** самти параллелкӯчонӣ мебошад.

## 2. Параллел кӯчонидани фигураҳо.

**Масъалаи 2.** Порчаи **MP** дода шудааст. Ин порчаро бо масофаи |**AB**| ва самти нури [**AB**) кӯчонед.




Расми 91.

**Низоми сохтан.**

1) Интихоби порчаи **MP** ва масофаи |**AB**|.

2) Сохтани $\mathbf{M_1}=\overline{AB}$ (**M**).

3) Сохтани $\mathbf{P_1}$=**AB** (**P**).

4) Сохтани [$\mathbf{M_1P_1}$].

**Матлуб:** [$\mathbf{M_1P_1}$]$=\overline{AB}$ ([**MP**]).

**Теоремаи 1.** *Параллелкӯчонӣ дарозии порчаҳоро тағйир намедиҳад.*

**Исбот.** Дар расми 91 параллелкӯчонӣ порчаи [**MP**]-ро ба порчаи [$\mathbf{M_1P_1}$] табдил додааст. Азбаски $\mathbf{MM_1=PP_1=AB}$ ва $\mathbf{MM_1 \| PP_1 \| AB}$ мебошад, бинобар ин чоркунҷаи $\mathbf{MPP_1M_1}$ параллелограмм аст. Пас, $\mathbf{MP=M_1P_1}$.

**Масъалаи 3.** Δ**ABC**-ро ба воситаи параллелкӯчонӣ ба самти нури [$\mathbf{KK_1}$] ва масофаи |$\mathbf{KK_1}$| кӯчонед.

**Низоми сохтан:**

1) Тасвири Δ**ABC** ва порчаи $\mathbf{KK_1}$.

2) Сохтани $\mathbf{A_1}=\overline{KK_1}$ (**A**).

3) Сохтани $\mathbf{B_1}=\overline{KK_1}$ (**B**).

4) Сохтани $\mathbf{C_1}=\overline{KK_1}$ (**C**).

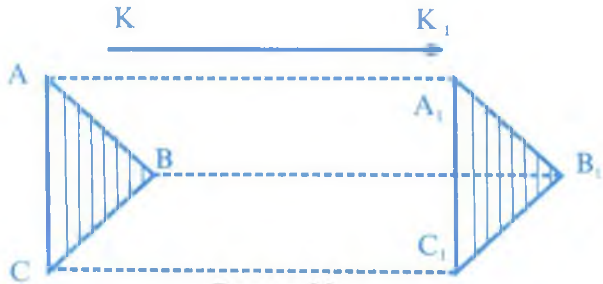
5) Сохтани порчаҳои $\mathbf{A_1B_1}$, $\mathbf{A_1C_1}$, $\mathbf{B_1C_1}$.

**Матлуб:** $\Delta\mathbf{A_1B_1C_1}=\overline{KK_1}$ (Δ**ABC**) (расми 92).

**Теоремаи 1.** *Параллелкӯчонӣ шаклро ба ягон шакли ба он баробар табдил медиҳад.*

Ин хосиятро барои мавриди секунҷа исбот намоед.

**Исбот.** Дар расми 92 [$\mathbf{A_1B_1}$]$=\overline{KK_1}$ ([**AB**]), [$\mathbf{A_1C_1}$]$=\overline{KK_1}$ ([**AC**]) ва [$\mathbf{B_1C_1}$]$=\overline{KK_1}$ ([**BC**]) мебошад; аз ин ҷо $\mathbf{A_1B=AB}$, $\mathbf{A_1C_1=AC}$ ва $\mathbf{B_1C_1=BC}$ буда, $\Delta\mathbf{A_1B_1C_1}=\Delta\mathbf{ABC}$ аст.



Расми 92.

**Теоремаи 2.** *Параллелкӯчонӣ хати ростро ба хати рости ба он параллел табдил медиҳад.*

Дар расми 91 порчаҳои **MP** ва $\mathbf{M_1P_1}$-ро ба хати рост табдил диҳед. Ба осонӣ муайян мекунед, ки $\mathbf{M_1P_1 \| MP}$ аст.

**Супоришҳо.** 1) Исбот кунед, ки параллелкӯчонӣ самти нурро тағйир намедиҳад.

2) Исбот кунед, ки параллелкӯчонӣ бузургии кунҷро тағйир намедиҳад.

3) Исбот кунед, ки параллелкӯчонӣ хатҳои рости параллелро ба хатҳои рости параллел табдил медиҳад.

### 3. Хосиятҳои параллелкӯчонӣ

1. Параллелкӯчонӣ нуқтаро ба ягон нуқтаи дигар табдил медиҳад.

2. Параллелкӯчонӣ масофаи байни нуқтаҳоро тағйир намедиҳад.

3. Параллелкӯчонӣ тартиби нуқтаҳоро нигоҳ медорад.

4. Параллелкӯчонӣ нурро ба нури ҳамсамташ табдил медиҳад.

5. Параллелкӯчонӣ бузургии кунҷро тағйир намедиҳад.

6. Параллелкӯчонӣ параллелии хатҳои ростро тағйир намедиҳад.

7. Параллелкӯчонӣ шаклро ба шакли ба он баробар табдил медиҳад.

8. Агар параллелкӯчонӣ шакли Ф-ро ба шакли $Ф_1$ табдил дода бошад, параллелкӯчоние вуҷуд дорад, ки шакли $Ф_1$-ро ба шакли Ф табдил медиҳад. (онро параллелкӯчонии баръаксӣ меноманд).

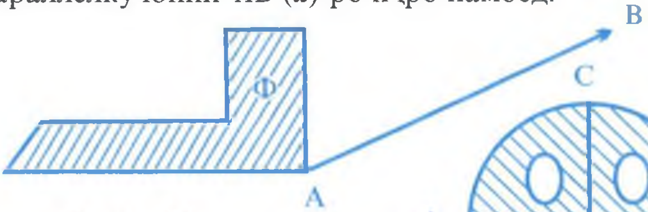
9. Параллелкӯчонӣ давраро ба давраи ба он баробар табдил медиҳад.

10. Параллелкӯчонӣ ягон намуди ҳаракат аст.

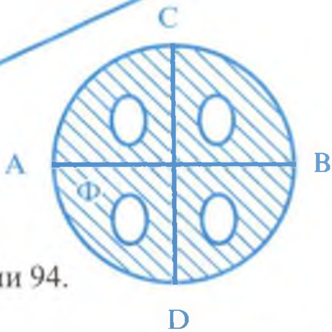
### Масъалаҳо

1. Квадрати **ABCD**-ро кашед, онро бо дарозӣ ва самти диагонали **BD** кӯчонед.

2. Нури ***a*** ва порчаи **AB**-ро интихоб кунед. Параллелкӯчонии $\overline{AB}$ (***a***)-ро иҷро намоед.




Расми 93.



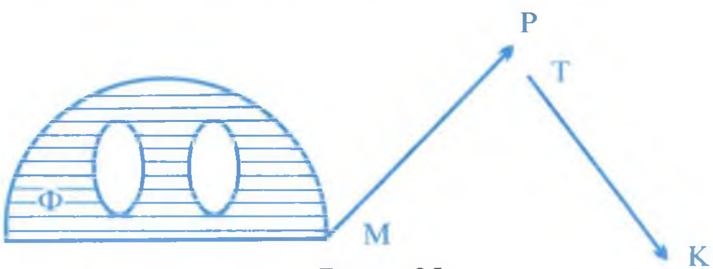

Расми 94.

3. Шашкунҷаи **ABCDEM**-ро сохта, параллелкӯчонии **AD** (**ABCDEM**)-ро иҷро кунед.

4. Дар расми 93 параллелкӯчонии $\overline{AB}$ (**Ф**)-ро иҷро намоед.

5. Дар расми 94 аввал параллелкӯчонии $\overline{AB}$ (**Ф**), сипас параллелкӯчонии $\overline{CD}$ (**Ф**)-ро иҷро намоед.

6. Дар расми 95 аввал параллелкӯчонии $\overline{MP}$ (**Ф**) ва баъд параллелкӯчонии $\overline{TK}$ (**Ф**)-ро иҷро намоед.




Расми 95.

7. Секунҷаи **ABC**-ро созед. Аввал параллелкӯчонии $\overline{AB}$ $(\Delta \mathbf{ABC}) = \Delta \mathbf{A_1B_1C_1}$ ва сонӣ параллелкӯчониҳои $\overline{BC}$ $(\Delta \mathbf{A_1B_1C_1}) = \Delta \mathbf{A_2B_2C_2}$, $\overline{CA}$ $(\Delta \mathbf{A_2B_2C_2}) = \Delta \mathbf{A_3B_3C_3}$-ро иҷро намоед.

8. Исбот намоед, ки натиҷаи пай дар пай иҷро кардани ду параллелкӯчонӣ боз параллекӯчонӣ аст.

## 4. Гардиш (чархзанӣ)

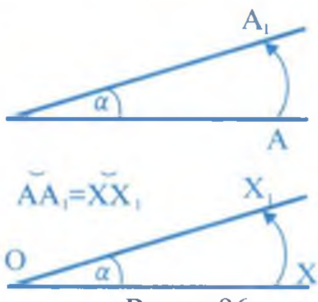
### 1. Мафҳуми гардиш

**Таъриф:** *Мувофиқати нуқтаҳои ҳамворӣ, ки дар он нуқтаи дилхоҳи X ба ягон нуқтаи* $\boldsymbol{X_1}$ *дар асоси шартҳои* $\angle \boldsymbol{XOX_1} = \alpha$ *ва* $\boldsymbol{OX_1} = \boldsymbol{OX}$ *табдил дода мешавад, гардиш дар атрофи нуқтаи* **O** *дар зери кунҷи* $\alpha$ *номида мешавад.*

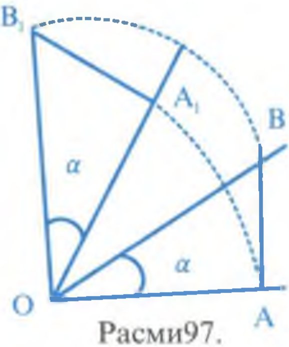
Навишти $\mathbf{R_o}^{\alpha}(\mathbf{X}) = \mathbf{X_1}$ маънои онро дорад, ки нуқтаи **X** ҳангоми гардиш бо маркази **O** ва кунҷи $\alpha$ дошта, ба нуқтаи $\mathbf{X_1}$ табдил дода шудааст.

### 2. Сохтанҳо ба воситаи гардиш

**Масъалаи 1.** Дар гардиши марказаш **O** ва кунҷаш $\alpha$ нуқтаи **X** давр занонида шавад.



Расми 96.



Расми97.

**Низоми сохтан.**

1) Интихоби кунҷи $\alpha$, нуқтаҳои **O** ва **X**.

2) Сохтани нури **[OX)**.

3) Сохтани $\angle \mathbf{XOX_1} = \alpha$.

4) Сохтани давраи **O([OX])**.

5) Нуқтаи $\mathbf{X_1}$ буриши давра ва нури $\mathbf{OX_1}$.

**Матлуб:** $\mathbf{X_1} = \mathbf{R_o}^{\alpha}(\mathbf{X})$ (расми 96).

**Масъалаи 2.** Порчаи **AB**, нуқтаи **O** ва кунҷи $\alpha$ дода шудааст. Гардиши $\mathbf{R_o}^{\alpha}$ (**[AB]**) иҷро карда шавад.

**Низоми сохтан.**

1) Интихоби порчаи **AB**, нуқтаи **O** ва кунҷи $\alpha$ .

2) Сохтани $\mathbf{A_1=R_o}^{\alpha}$ (**A**).

3) Сохтани $\mathbf{B_1=R_o}^{\alpha}$ (**B**).

4) Сохтани порчаи $\mathbf{A_1B_1}$.

**Матлуб:** $[\mathbf{A_1B_1}]=\mathbf{R_o}^{\alpha}$ (**[AB]**) (расми 97).

**Теоремаи 1.** *Исбот кунед, ки гардиш масофаи байни нуқтаҳоро тағйир намедиҳад.*

**Маълум:** $[\mathbf{A_1B_1}]=\mathbf{R_o}^{\alpha}$ (**[AB]**).

**Матлуб:** $\mathbf{A_1B_1=AB}$.

**Исбот.** Дар расми 97 $\Delta\mathbf{AOB=A_1O_1B_1}$, чунки $\mathbf{OA_1=OA}$, $\mathbf{OB_1=OB}$ ва $\angle\mathbf{AOB}=\angle\mathbf{A_1OB_1}$ мебошад.

Аз баробарии $\Delta\mathbf{A_1OB_1}=\Delta\,\mathbf{AOB}$ бармеояд, ки $\mathbf{A_1B_1= AB}$

**Масъалаи 3.** $\Delta\mathbf{ABC}$, нуқтаи **O** ва кунҷи $\alpha$ дода шудаанд. Гардиши $\mathbf{R_o}^{\alpha}$ ($\Delta\mathbf{ABC}$)-ро иҷро намоед.

**Низоми сохтан.**

1) Интихоби $\Delta\mathbf{ABC}$, нуқтаи **O** ва кунҷи $\alpha$ .

2) Сохтани $\mathbf{A_1=R_o}^{\alpha}$ (**A**).

3) Сохтани $\mathbf{B_1=R_o}^{\alpha}$ (**B**).

4) Сохтани $\mathbf{C_1=R_o}^{\alpha}$ (**C**).

5) Сохтани порчаҳои $\mathbf{A_1B_1}$, $\mathbf{A_1C_1}$ ва $\mathbf{B_1C_1}$.

**Матлуб:** $\Delta\mathbf{A_1B_1C_1= R_o}^{\alpha}$ ($\Delta\mathbf{ABC}$).

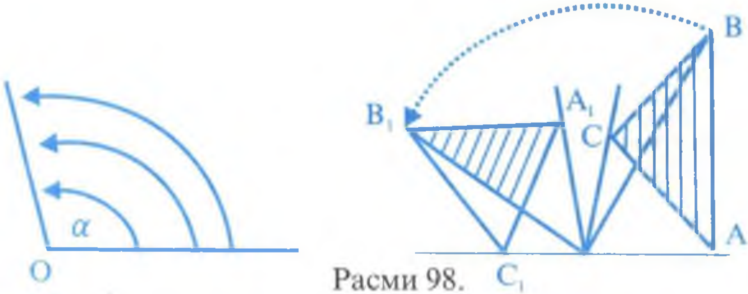
**Теоремаи 2.** *Гардиш шаклро ба шакли ба он баробар табдил медиҳад.* Исботро барои мавриди секунҷа иҷро менамоем:

**Маълум:** $\Delta\mathbf{A_1B_1C_1= R_o}^{\alpha}$ ($\Delta\mathbf{ABC}$).

**Матлуб:** $\Delta\mathbf{A_1B_1C_1}=\Delta\mathbf{ABC}$.

**Исбот.** Дар расми 98 азбаски $[\mathbf{A_1B_1}]=\mathbf{R_o}^{\alpha}$ (**[AB]**), $[\mathbf{B_1C_1}]=\mathbf{R_o}^{\alpha}$ (**[BC]**) ва $[\mathbf{A_1C_1}]=\mathbf{R_o}^{\alpha}$ (**[AC]**) мебошад, пас $\mathbf{A_1B_1=AB}$, $\mathbf{BC_1=BC}$ ва $\mathbf{AC_1=AC}$ мешавад. Аз ин ҷо $\Delta\mathbf{ABC}=\Delta\mathbf{A_1B_1C_1}$.

Аз расмҳои 97 ва 98 истифода бурда, теоремаҳои зеринро мустақилона исбот намоед.




Расми 98.

1) Гардиш бузургии кунҷро тағйир намедиҳад.
2) Гардиш параллелии хатҳои ростро нигоҳ медорад.
3) Гардиш тартиби нуқтаҳоро дар хати рост тағйир намедиҳад.

### 3. Хосиятҳои гардиш

Аз созишҳо ва теоремаҳои боло бармеояд, ки гардиш хосиятҳои зеринро дорост:

1. Гардиш нуқтаро ба ягон нуқтаи дигар табдил медиҳад.
2. Гардиш масофаи байни нуқтаҳоро тағйир намедиҳад.
3. Гардиш хати ростро ба хати рости дигар табдил медиҳад.
4. Гардиш тартиби нуқтаҳои хати ростро тағйир намедиҳад.
5. Гардиш параллелии хатҳои ростро тағйир намедиҳад.
6. Гардиш бузургии кунҷро тағйир намедиҳад.
7. Гардиш шаклро ба шакли ба он баробар табдил медиҳад.
8. Агар $\mathbf{\Phi_1=R_o^{\alpha}(\Phi)}$ бошад, он гоҳ $\mathbf{\Phi=R_o^{\alpha}(\Phi_1)}$ мешавад.
9. Гардиш тартиби нуқтаҳоро тағйир намедиҳад.
10. Гардиш як намуди ҳаракат аст.

### Масъалаҳо

1. Нури [**AB**), нуқтаи **O** ва кунҷи $\alpha$ дода шудааст. Гардиши $\mathbf{R_o^{\alpha}([AB))}$-ро иҷро намоед.
2. Порчаи **AB**, нуқтаи **O** ва кунҷи а) $\alpha=30°$, б) $\alpha=90°$, в) $\alpha=120°$ дода шудааст. Гардиши $\mathbf{R_o^{\alpha}(AB)}$-ро иҷро намоед.
3. Хатҳои рости $a\|b$, кунҷи $\alpha=60°$ ва нуқтаи **M** дода шудаанд. Гардиши $\mathbf{R_M^{\alpha}}(a\|b)$-ро иҷро намоед.
4. **ABCD** квадрат мебошад. Гардиши $\mathbf{R_o^{90°}(ABCD)}$-ро созед.

5. **ABCD** росткунҷа аст. Нуқтаи **O**-ро берун аз он интихоб кунед. Гардиши $\mathbf{R_o}^{45°}$ (**ABCD**)-ро иҷро намоед.
6. Давраи **O**(**r**) дода шудааст. Нуқтаи **M**-ро интихоб кунед. Гардиши $\mathbf{R_м}^{90°}$ (**O**(**r**))-ро иҷро намоед.
**Нишондод.** Се ҳолати зеринро ба инобат гиред: а) **M** берун аз давра, б) **M** дар давра, в) **M** дар дохили давра мехобад.
7. Кунҷи **MOP** дода шудааст. Гардиши $\mathbf{R_o}^{130°}$ ($\angle$**MOP**)-ро иҷро намоед.
8. Нуқтаи **A** дар порчаи **BC** мехобад. Нуқтаи **O**-ро интихоб намоед.
Гардиши $\mathbf{R_o}^{45°}$ $(\mathbf{BC})=\mathbf{B_1C_1}$ ва $\mathbf{R_o}^{45°}(\mathbf{A})=\mathbf{A_1}$-ро иҷро намоед. Исбот кунед, ки агар **BC=BA+AC** бошад, он гоҳ $\mathbf{B_1A_1}=\mathbf{B_1A_1}+\mathbf{A_1C_1}$ мешавад.
9. Нуқтаи **O** миёнаҷойи порчаи **AB** мебошад. Исбот кунед, ки гардиши $\mathbf{R_o}^{180°}(\mathbf{AB})$ порчаи **AB**-ро ба худаш табдил медиҳад.
10. Кадом гардиш квадратро ба худаш табдил медиҳад?
11. Кадом гардиш хати ростро ба худаш табдил медиҳад?
12. Кадом гардиш давраро ба худаш табдил медиҳад?
13. Исбот кунед, ки гардиши кунҷаш $\alpha=180°$ симметрияи марказӣ мебошад.

## 5. Ҳаракат

### 1. Таърифи ҳаракат

Шумо бо симметрияи марказӣ, симметрияи тирӣ, параллелкӯчонӣ ва гардиш шинос шудаед. Дар ҳар кадоми онҳо масофаи байни нуқтаҳо, яъне дарозии порча тағйир наёфт ва нуқтаи дилхоҳи **X**-и ҳамворӣ ба ягон нуқтаи $\mathbf{X_1}$ табдил ёфт.

**Таъриф.** *Табдилдиҳии геометрие, ки масофаи байни нуқтаҳоро тағйир намедиҳад, **ҳаракат** номида мешавад.*

### 2. Хосиятҳои ҳаракат

Ҳамаи 4 ҳаракате, ки Шумо бо онҳо шинос шудед, яъне симметрияи марказӣ, симметрияи тирӣ, параллелкӯчонӣ ва гардиш як қатор хосиятҳои умумӣ доранд. Инҳо хосиятҳои ҳаракат мебошанд.

1. Ҳаракат нуқтаи дилхоҳро ба ягон нуқтаи дигар табдил медиҳад.
2. Ҳаракат тартиби нуқтаҳои хати ростро нигоҳ медорад.
3. Ҳаракат масофаи байни нуқтаҳоро тағйир намедиҳад.
4. Ҳаракат хати рост, нур ва порчаро мувофиқан ба хати рост, нур ва порча табдил медиҳад.
5. Ҳаракат шаклро ба шакли ба он баробар табдил медиҳад.
6. Ҳаракат бузургии кунҷ ва параллелии хатҳои ростро тағйир намедиҳад.
7. Агар ҳаракат шакли **Ф**-ро ба $\mathbf{Ф}_1$ табдил дода бошад, он гоҳ ҳаракати баръаксе мавҷуд аст, ки шакли $\mathbf{Ф}_1$-ро ба **Ф** табдил медиҳад.
8. Пай дар пай иҷро кардани ду ҳаракат боз ҳаракат мебошад.

Ба исботи ин хосиятҳо шумо дар намудҳои ҳаракат вохӯрда будед, аз ин ҷиҳат онҳоро исбот намекунем.

## 3. Баробарии шаклҳо

**Таъриф:** *Ду шакл баробар номида мешаванд, агар ҳаракате мавҷуд бошад, ки якеро ба дигаре табдил диҳад.*

Баробарии шаклҳо хосиятҳои зерин доранд:

1) Шаклҳои баробар бузургиҳои баробар доранд.

Масалан, порчаҳои баробар дарозиҳои баробар доранд; секунҷаҳои баробар масоҳатҳои баробар доранд; кунҷҳои баробар бузургиҳои градусии баробар доранд.

2) Агар $\mathbf{Ф}_1=\mathbf{Ф}$ бошад, он гоҳ $\mathbf{Ф}=\mathbf{Ф}_1$ аст.

3) Агар $\mathbf{Ф}_1=\mathbf{F}_1$, $\mathbf{Ф}_2=\mathbf{F}_2$, …, $\mathbf{Ф}_n=\mathbf{F}_n$ ,
$\mathbf{Ф}=\mathbf{Ф}_1+\mathbf{Ф}_2+\ldots+\mathbf{Ф}_n$ ва $\mathbf{F}=\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2+\ldots+\mathbf{F}_n$ бошад, он гоҳ $\mathbf{Ф}=\mathbf{F}$ аст.

## Масъалаҳо

1. Симметрияи марказӣ ва симметрияи тирӣ кадом хосиятҳои фарққунанда доранд?

2. Симметрияи марказӣ ва параллелкӯчонӣ чӣ хосиятҳои умумӣ доранд?

3. Кадом вақт симметрияи марказӣ як намуди гардиш мебошад?

4. Параллелкӯчонӣ ва гардиш кадом хосиятҳои фарққунанда доранд?

5. Секунҷаи **ABC**-ро созед. Аввал онро нисбат ба маркази **C** табдил дода, $\Delta \mathbf{A_1B_1C_1}$-ро ҳосил кунед. Сипас, симметрияи тирии $\mathbf{A_1B_1}$-ро истифода бурда, $\Delta \mathbf{A_2B_2C_2}$-ро ҳосил кунед.

6. Давра кашед. Аввал онро параллел кӯчонда, сипас онро дар атрофи ягон нуқта гардиш диҳед.

7. Квадрати **ABCD**-ро сохта, нисбат ба марказҳои **A**, **B**, **C**, **D** онро табдил диҳед.

8. Секунҷаи **ABC**-ро сохта, онро нисбат ба тирҳои **AB**, **AC**, **BC** табдил диҳед.

9. Росткунҷаи **ABCD**-ро сохта, параллелкӯчониҳои **AB**, **BC**, **CD** ва **DA**-ро пай дар пай иҷро намоед.

10. $\Delta$**ABC**-ро сохта, гардишҳои кунҷашон $\alpha=30°$, $60°$, $90°$-ро бо маркази **C** иҷро намоед.

## Супоришҳо барои санҷиш

1. Табдилдиҳии геометрӣ чиро меноманд?
2. Ҳаракат чист?
3. Симметрияи марказӣ чист?
4. Хосиятҳои симметрияи марказиро баён намоед.
5. Хосиятҳои симметрияи тириро баён кунед.
6. Симметрияи тириро таъриф диҳед.
7. Параллелкӯчонӣ чист?
8. Хосиятҳои параллелкӯчониро баён кунед.
9. Гардиш дар атрофи нуқта чӣ маъно дорад?
10. Хосиятҳои гардишро баён намоед.
11. Хосиятҳои ҳаракатро баён намоед.
12. Исбот кунед, ки хатҳои рости марказан симметрӣ параллеланд.
13. Кадом чоркунҷаҳо маркази симметрия доранд?
14. Кадом шаклҳо тири симметрия доранд?
15. Кадом шаклҳо марказҳои симметрияи бешумор доранд?
16. Кадом шаклҳо тирҳои симметрияи бешумор доранд?

## Масъалаҳои тестӣ барои такрори мавзӯъҳои геометрӣ.

1.Дар чоркунҷаи барҷаста тарафҳои ҳамсоя баробар набуда, се кунҷаш баробаранд. Ин чоркунҷа чӣ ном дорад?

А) Трапетсия, Б) Росткунҷа, В) Ромб, Г) Квадрат.

2.Тарафҳои росткунҷаро ёбед , агар дарозӣ се баробари бар ва периметраш 80 см бошад?

А) 20 см ва 60 см, Б) 15 см ва 45 см,
В) 10 см ва 30 см, Г) 12 см ва 36 см.

3. Диагонали хурди ромб 15 дм ва кунҷи тезаш 60° аст. Периметрашро ёбед.

А) 40 дм, Б) 30 дм, В) 50 дм, Г) 60 дм.

4. Дар чоркунҷаи барҷаста диагонал бо тарафҳои ҳамсоя кунҷи 45°-ро ташкил мекунад. Он кадом намуди чоркунҷа аст?

А) Росткунҷа, Б) Ромб, В) Квадрат, Г) Параллелограмм.

5. Се кунҷи берунии дар ҳар қулла яктогӣ ҷойгиршуда мувофиқан 100°, 80° ва 120° мебошанд. Кунҷи дарунии чорумро ёбед?

А) 130°, Б) 120°, В) 90°, Г) 110°.

6. Дар трапетсияи баробарпаҳлу тарафи паҳлуӣ 20 см буда, хати миёна 30 см аст. Периметри трапетсияро ёбед.

А) 100 см, Б) 70 см, В) 50 см, Г) 80 см.

7. Порчаи АВ-ро ба 14 қисми баробар тақсим намуданд. Аз он 9/14-ҳиссаашро буриданд. Қисми боқимондааш 40 см буд. Порчаи АВ чанд см будааст?

А) 100 см, Б) 140 см, В) 112 см, Г) 70 см.

8. Агар дарозии хати шикаста $3\frac{4}{25}$ см бошад, он чанд см дарозӣ дорад?

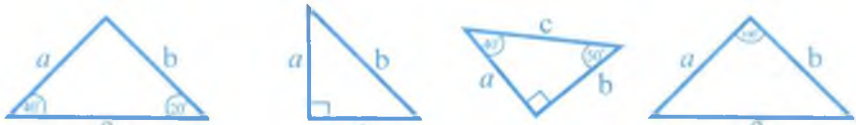
А) 34 см, Б) 184 см, В) 325 см, Г) 316 см.

9. Чӣ тавр квадратро ба чор қисм баробар буридан мумкин аст, ки аз он росткунҷаи ба квадрат баробарбузург ҳосил шавад, агар тарафи квадрат ба ***a*** баробар бошад, периметри росткунҷа $3\sqrt{2}\,a$ шавад?

А) Ба воситаи перпендикулярҳои миёнаҷойи тарафҳо.
Б) Ба воситаи хатҳои рости параллели тарафашро ба қисмҳои баробар тақсимкунанда.
В) Ба воситаи бо ду диагонал буридан.
Г) Ба воситаи як тарафро ба чор қисм ҷудо кардан.

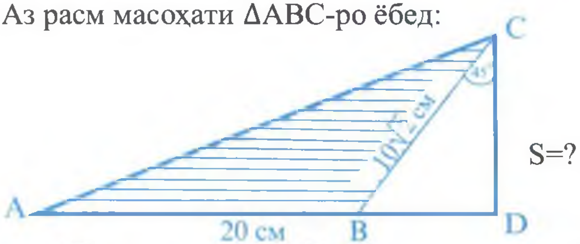
10. Теоремаи Пифагор барои кадом секунҷа дуруст навишта шудааст?

А) Б) В) Г)




$c^2=a^2+b^2$ $c^2=a^2+b^2$ $c^2=a^2+b^2$ $c^2=a^2+b^2$

11. Аз расм масоҳати ΔABC-ро ёбед:




А) $100\sqrt{2}$ см$^2$, Б) $200\sqrt{2}$ см$^2$, В) 200 см$^2$, Г) 100 см$^2$.

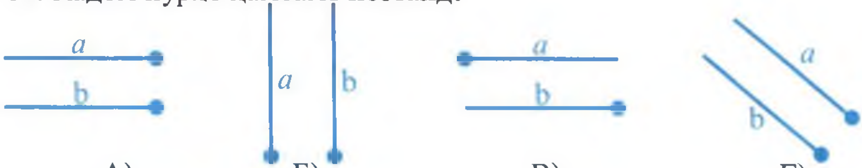
12. Суммаи кунҷҳои ба кунҷҳои зерин ҳамсояро ёбед: 30°, 45°, 60° ва 90°,

А) 300°, Б) 400°, В) 495°, Г) 135°.

13. Аз расмҳо кунҷҳои x,y ва t-ро ёфта, нисбати x:y:t-ро муайян намоед.

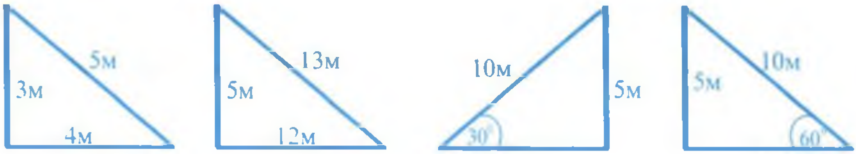

А) 3:11:4, Б) 6:7:5, В) 5:6:7, Г) 7:5:6.

14. Кадом нурҳо ҳамсамт нестанд?




А) Б) В) Г)

15. Баландии сутун дар кадом маврид нодуруст гузошта шудааст?




А) Б) В) Г)

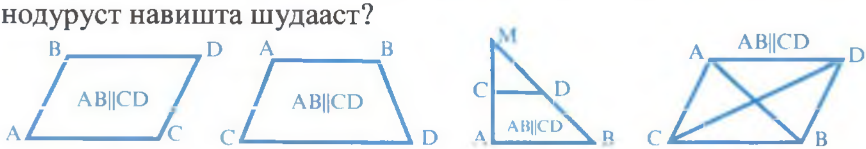
16. Кунҷи х-ро муайян намоед.


А) 110°, Б) 160°, В) 150°, Г) 130°.

17. Дар квадрат диагонал 60 см аст. Масоҳаташро ёбед.

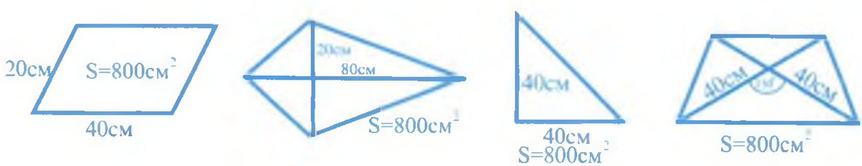
А) 18 дм², Б) 180 дм², В) 3600 см², Г) 240 см²

18. Дар кадом чоркунҷа параллелии порчаҳои AB ва CD нодуруст навишта шудааст?




А) Б) В) Г)

19. Дар кадом расм масоҳат нодуруст ҳисоб шудааст?




А) Б) В) Г)

20. Суммаи кунҷҳои 10 кунҷаро ҳисоб кунед.

А) 600°, Б) 1440°, В) 1800°, Г) 360°.

21. Аз 50 нуқтаи дар як хати рост нахобанда чанд порча сохтан мумкин аст?

А) 100, Б) 2450, В) 1225, Г) 400.

22. Бисткунҷа чанд диагонал дорад?

А) 40, Б) 80, В)30, Г) 170.

23. Ин теорема барои кадом шаклҳо нодуруст аст. Масоҳати шакл ба ҳосили зарби хати миёна ва баландӣ баробар аст?

А) Секунҷа, Б) Трапетсия,
В) Панҷкунҷа, Г) Дилхоҳ параллелограмм.

24. Медианаи секунҷа тарафи муқобилро ба ду қисм ҷудо мекунад. Ин қисмҳо чӣ гунаанд?

А) Якум аз дуюм калон аст. Б) Яке ду баробари дуюм аст.
В) Дуюм се баробари якумаст. Г) Онҳо баробаранд.

25. Дар кадом маврид секунҷа сохтан мумкин аст, агар тарафҳо:

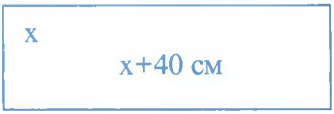
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1) | $a$=4 см | 2) | $a$=12 см | 3) | $a$=15 см | 4) | $a$=40 см |
| | b=2 см | | b=7 см | | b=17 см | | b=20 см |
| | c=3 см | | c=4 см | | c=14 см | | c=10 см |

бошанд?

26. Кунҷи **x**=80° аст. Дар кадом расм кунҷи **x** дуруст гузошта шудааст?


А) Б) В) Г)

27. Қимати порчаи x-ро аз расм ёбед.




P=200 см

А) 50 см, Б)30 см, В) 80 см, Г) 140 см.

28. Агар асосҳо $a$=20 см, b=40 см, S=300 $см^2$ бошанд, баландии трапетсияро ёбед:

А) 10 см, Б) 50 см, В) 15 см, Г) 60 см.

29.Кадом формула дуруст навишта шудааст?

А) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+1=2$ Б) $1/\sin^2\alpha-1=tg^2\alpha$

В) $\dfrac{\sin^6\alpha+\cos^6\alpha}{1-\sin\alpha\cdot\cos\alpha}=1$ Г) $\sin^2\alpha+\sin^4\alpha+\cos^4\alpha+\cos^2\alpha=2$

30. Кадом қимати функсияҳо нодуруст навишта шудаанд?

А) $\sin 60^0=\dfrac{3}{2\sqrt{3}}$ Б) $tg60^0=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

В) $tg45^0+1=2$ Г) $\sin 45^0\cdot\cos 45^0=\dfrac{1}{2}$

31. Диагоналҳои шакл тирҳои симметрияи ин шакланд. Кадом ҷавоб дуруст аст?

А) Трапетсия, Б) Параллелограмм, В) Ромб, Г) Росткунҷа.

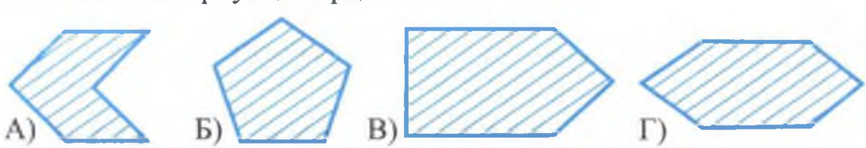
32. Кадом мафҳумҳои геометриро таъриф намедиҳанд?

А) Хат, нур, кунҷ.
Б) Нуқта, хати рост, ҳамворӣ.
В) Секунҷа, чоркунҷа, биссектриса.
Г) Медиана, биссектриса, параллелограмм.

33. Дар кадом таъриф нуқсон мавҷуд нест?

А) Чоркунҷаи тарафҳояш параллел параллелограмм ном дорад.
Б) Ду хати росте, ки нуқтаи умумӣ надоранд, параллеланд.
В) Қисми хати рост, ки бо ду нуқта маҳдуд аст, порча ном дорад.
Г) Ду нуре, ки як нуқтаи умумӣ доранд, кунҷ номида мешавад.

34. Кадом бисёркунҷа барҷаста нест?



35. Кадом хати шикаста сода нест?

А) Б) В) Г)

36. Ин формулаи масоҳати кадом шакл аст?

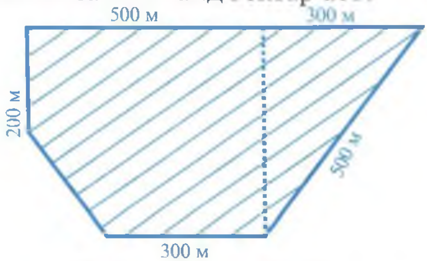
$$S=\frac{1}{2}d_1 \cdot d_2; \quad d_1 \neq d_2$$

А) Квадрат, Б) Росткунҷа, В) Параллелограмм, Г) Ромб.

37. Суммаи кунҷҳои даруни 360°, барои кадом шакл нест?

А) Параллелограмм, Б) Росткунҷа, В) Секунҷа, Г) Ромб.

38. Замини хоҷагии деҳқонӣ шакли расми зеринро дорад. Муайян намоед, ки ин замин чанд гектар аст?




А) 22 га, Б) 24 га, В) 30 га, Г) 40 га.

39. Муайян намоед, ки ҳар як кунҷи 18 кунҷаи мунтазам чанд градус аст?

А) 100°, Б) 120°, В) 160°, Г) 130°.

40. Дар чоркунҷаи баробартараф суммаи ду кунҷи муқобил 300° аст. Кунҷҳои чоркунҷаро ёбед.

А) 40°, 50°, 260°, 110°, Б) 30°, 60°, 370°, 30°,
В) 200°, 30°, 100°, 30°, Г) 30°, 150°, 30°, 150°,

41. Дар кадом намуди ҳаракат бузургии кунҷ тағйир намеёбад?

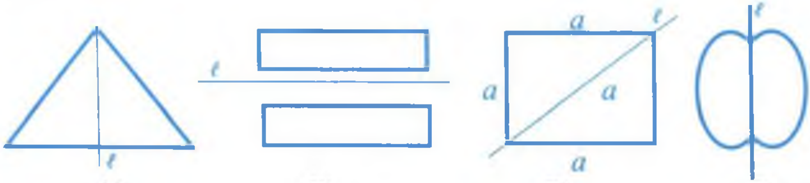
А) Дар ҳеҷ кадомашон.
Б) Дар баъзеи ҳаракатҳо.
В) Фақат дар симметрияи марказӣ ва тирӣ.
Г) Фақат дар параллелкучонӣ ва гардиш.

42. Қимати ифодаро ҳисоб кунед.

$$\frac{1+tg^2 5^0}{1+ctg^2 4^0}\cdot\frac{\cos 5^0}{\sin 4^0}-\frac{\cos 85^0}{\sin 86^0}$$

А) 1,  Б) 0,  В) 2,  Г) 3.

43. Дар кадом расм тири симметрия $\ell$ нодуруст гузошта шудааст?

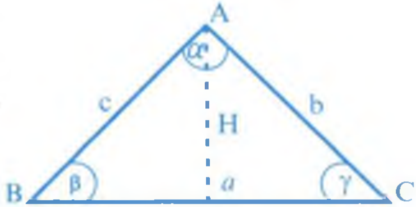



А)  Б)  В)  Г)

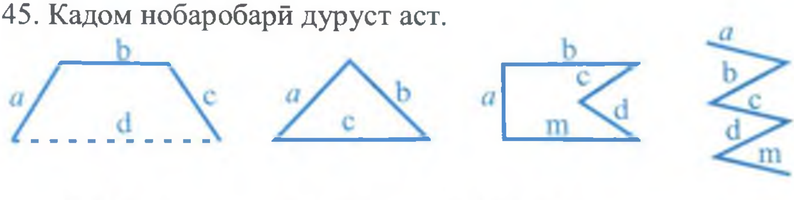
44. Кадом формулаи масоҳати секунҷа нодуруст навишта шудааст?

А) $S=\frac{1}{2}b\cdot c\sin\alpha$ ,  Б) $S=\frac{1}{2}a\cdot c\sin\beta$,

В) $S=\frac{1}{2}a\cdot b\cos\gamma$ ,  Г) $S=\frac{1}{2}a\cdot H$.




45. Кадом нобаробарӣ дуруст аст.




| | | | |
|---|---|---|---|
| $d<a+b+c$ | $a+b<c$ | $a+m+c<b$ | $a+b+c+d<m$ |
| А) | Б) | В) | Г) |

46. Кадом формулаи тригонометрӣ нодуруст навишта шудааст?

А) $\frac{1}{\sin^2\alpha}=1+tg^2\alpha$ ,  Б) $tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$,

В) $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$,  Г) $1=tg\alpha\cdot ctg\alpha$.

47. Кадом формулаи масоҳати бисёркунчаи мунтазам дуруст аст, агар ***а*** тараф бошад?

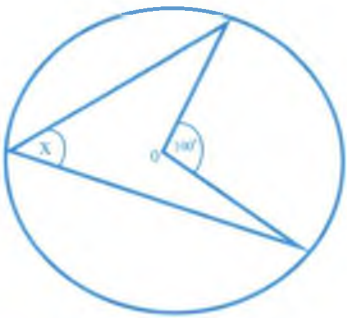
А) $S_4 = \sqrt{2}a^2$,  Б) $S_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$,  В) $S_6 = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$,  Г) $S_8 = 2\sqrt{3} \cdot a^2$.

48. Дар шашкунчаи мунтазам радиуси давраи берункашидашуда ба $4\sqrt{3}$ см баробар аст. Масоҳаташро ёбед.

А) $4\sqrt{3}$ см$^2$,  Б) $72\sqrt{3}$ см$^2$,  В) 18 см$^2$,  Г) $6\sqrt{3}$ см$^2$.

49. Аз расм бузургии кунҷи **x**-ро ёбед.

x=?



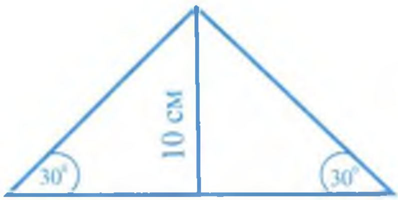

А) $30^0$

Б) $50^0$

В) $70^0$

Г) $90^0$

50. Масоҳати секунҷаро ёбед:




А) 200 см$^2$,  Б) $25\sqrt{3}$ см$^2$,  В) 400 см$^2$,  Г) $100\sqrt{3}$ см$^2$

## Маълумоти таърихӣ

Аз асрҳои IX сар карда то асрҳои XVII дар Осиёи миёна шаҳрҳои Самарқанд, Хоразм, Бухоро, Марв ва ғайра марказҳои бузурги тараққиёти математика ба шумор мерафтанд.

Дар ин давра олимони бузурги форсу тоҷик ба монанди Муҳаммад ал-Хоразмӣ, ал-Берунӣ, Абӯалӣ ибни Сино, Насируддини Тусӣ, Умари Хайём, ал-Кошӣ ва ғайра машҳури ҷаҳон шудаанд.

Яке аз ҳамин гуна олимони барҷаста, ки ӯ шоир, файласуф, математик ва нуҷумшиноси машҳур буд, Умари Хайём (1048-1131) мебошад.

Ӯ солҳои 1069-1074 китобе доир ба алгебра навишт. Дар ин асараш Умари Хайём ҳалли муодилаҳои дараҷаи дуюм ва сеюмро ба таври геометрӣ баён намуд, ки ин кашфиёти бузург буд.

Умари Хайём дар асари дигараш «Калид доир ба мушкилоти Уқлидус (Евклид)» ба масъалаи хатҳои рости параллел таҳқиқот бурдааст. Ӯ постулати 5-уми Уқлидус (Евклид)-ро исбот карданӣ шуда, ба хулосаҳое меояд, ки дар асоси онҳо аввалҳои асри XIX олими бузурги рус Н.И. Лобачевский геометрияи ғайриевклидии худро эҷод кард.

Умари Хайём дараҷаҳои дуаъзогиҳоро пурра таҳқиқ кард. Хулосаҳои ӯ моро ба формулаи $(a+b)^n$ меорад, ки ҳоло ба номи «биноми Нютон» машҳур аст. Соли 1079 Умари Хайём тақвими (солшумории) бисёр аниқу наверо тартиб дод, ки аз тақвими мелоди хеле саҳеҳтар аст. Бояд гуфт, ки Умари Хайём доир ба секунҷаҳо, чоркунҷаҳо, ёфтани масоҳати фигураҳо, тригонометрия, муодилаҳои дараҷаи як, ду, се, чор ва ғайра баъзе таҳқиқоти бузург гузаронидааст.

# ҶАВОБҲО ВА НИШОНДОД БА МАСЪАЛАҲО

## ФАСЛИ I. Чоркунҷаҳо
(саҳифаи 31-33)

3. 2 ё $\frac{1}{2}$.
4. 5 см, 5 см, 6 см.
7. 22 м.
9. 70°, 70°, 110°, 110°.
10. 4 м.
11. 4 м, 6 м.
12. 12 м, 9 м, 15 м.
14. 24 см.
15. 30 дм.
18. $\mathbf{P}_1=\mathbf{P}_2=\mathbf{P}_3=40$ м.
19. $\mathbf{P}=2(а+в+с)$.
21. 22 см.

## ФАСЛИ II. Бисёркунҷаҳо
(саҳифаи 42-43)

4. 50 см.
5. 1800°.
6. 1980°.
10. 40 см, 60 см, 80 см, 100 см, 160 см, 120 см.
11. а) 40 дм; б)32 дм.

## ФАСЛИ III. Масоҳати секунҷаҳо ва чоркунҷаҳо
(саҳифаи 56-57)

1. 112 см$^2$.
2. 72 см$^2$.
3. 200 дм$^2$.
4. 40,5 см$^2$.
5. 24 см.
7. 140 см$^2$.
12. 243 см$^2$.
13. 126 см$^2$.

14. а) 22,4 см$^2$; б) 460 см$^2$.
15. 98 см$^2$.
16. $3\sqrt{14}$ см, $4\sqrt{14}$ см.
18. 36 дм.
19. 6 см.
20. 84 см$^2$ ё 112 см$^2$.

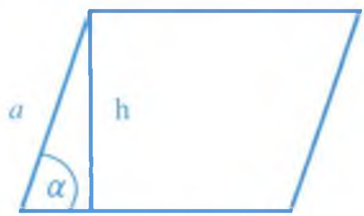
## ФАСЛИ IV. Теоремаи Пифагор. Масоҳати бисёркунҷа. (саҳифаи 62-63)

4. $8\sqrt{2}$ см.
6. 10 см.
7. 25 дм.
8. 6 см, 24 см$^2$.
9. 4 см.
10. 20 см, 180 см$^2$.
12. 5 см, $5\sqrt{3}$ см, $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ см$^2$.

## ФАСЛИ V. Функсияҳои тригонометрӣ. (саҳифаи 75-77)

1. д) $a=8\sqrt{3}$, $b=8$, $\beta=30°$, $S=32\sqrt{3}$.
2. а) $c=5$, $S=6$, $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, $\beta=90°-\alpha$.
3. б) $a=15$, $S=150$, $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, $\beta=90°-\alpha$.
4. а) $b=5\sqrt{3}$, $C=10\sqrt{3}$, $S=12{,}5\sqrt{3}$, $\alpha=60°$.

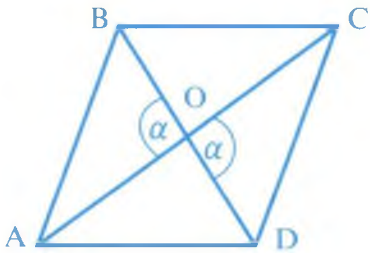
8. Нишондод: Исботи формуларо ба ёфтани баландӣ алоқаманд намоед (расми 1).




Расми 1.

10. Нишондод:

$S(_{ACBD})=S(_{\Delta AOB})+S(_{\Delta BOC})+S(_{\Delta COD})+S(_{\Delta DOA})$ (расми 2).




Расми 2.

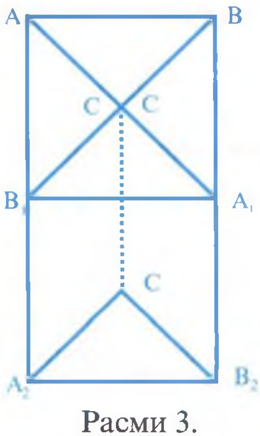
## ФАСЛИ VI. Ҳаракат.

**(саҳифаи 96-97)**

5. Низоми сохтан.

1) Интихоби секунҷаи **ABC**.
2) Сохтани $\mathbf{A_1=S_{\ell}(A)}$.
3) Сохтани $\mathbf{B_1=S_{\ell}(B)}$.
4) Сохтани порчаи $\mathbf{A_1B_1=S_{\ell}(AB)}$.
5) Сохтани $\mathbf{A_2=S_{A_1B_1}(A)}$.
6) Сохтани $\mathbf{B_2=S_{A_1B_1}(B)}$.
7) Сохтани $\mathbf{C_2=S_{A_1B_1}(C)}$.
8) Сохтани порчаҳои $\mathbf{A_2B_2}$, $\mathbf{B_2C_2}$ ва $\mathbf{A_2C_2}$.

Матлуб: $\Delta\mathbf{A_1B_1C_1=S_c(\Delta ABC)}$ ва $\Delta\mathbf{A_2B_2C_2=S_{A_1B_1}(\Delta A_1B_1C)}$.




Расми 3.

## Мундарича

**Фасли IV. Теоремаи Пифагор. Масоҳати бисёркунча.**



**Фасли V. Функсияҳои тригонометрӣ**



**Фасли VI. Ҳаракат.**

**Усто Бурҳонов, Ҷумъа Шарифов**

# ГЕОМЕТРИЯ

Китоби дарсӣ барои синфи 8-уми
муассисаҳои таҳсилоти умумӣ

Роҳбари гурӯҳи нашр: *Шавкат Ҳабибуллаев*
Муҳаррирон: *Шарипов Нусратулло*
*Пирназаров Алиназар*
Тарроҳ ва муҳаррири техникӣ: *Ҷамшед Давлатов*

Ба матбаа 15.03.2013.супорида шуд. Ба чоп 19.04.2013.
имзо шуд. Андозаи коғаз 60x90 1/16. Коғази офсет. Ҳуруфи
адабӣ. Чопи офсет. Ҷузъи чопии шартӣ 7.
Адади нашр 25000. Супориши № 4

Дар матбааи ҶДММ «Бебок» ба табъ расидааст.
734018, ш. Душанбе, кӯчаи Н. Қарабоев, 17.
E-mail: kitob@bk.ru